

Ejercicios Resueltos Tiro Vertical y Caída Libre

Es importante en estos ejercicios hacer un dibujo de la situación.

Recuerda que siempre pondremos el origen del sistema de referencia en el suelo, y que la gravedad tendrá un valor negativo ($-9,8 \text{ m/s}$) pues va en sentido contrario a nuestros ejes.

Recuerda que la velocidad cuando sube será positiva (incluso la velocidad inicial cuando lo lanzo hacia arriba), y será negativa cuando el móvil baja (también cuando lo lanzo hacia abajo)

Ejercicio 1

Dejamos caer una piedra desde una altura de 10 m. Calcula:

- Tiempo que tarda en llegar al suelo.
- Velocidad con que llega al suelo
- Velocidad que tendrá cuando se encuentre a 3 m del suelo.

Primero hacemos un dibujo de la situación

Como dejamos caer la piedra, su velocidad inicial será cero.

Se trata de un MRUA, y cuando llegue al suelo su altura final será cero, por tanto aplicamos la siguiente expresión:

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Sustituimos los valores conocidos y calcularemos el tiempo de caída

$$0 = 10 + 0t + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \quad \text{Nos queda una ecuación de 2º grado que resolvemos}$$

$$0 = 10 - 4,9t^2$$

$t = \pm 1,42s$ tenemos dos soluciones, pero cogemos la positiva (no tiene sentido tiempos negativos), luego $t = +1,42s$ será el tiempo que tarda en llegar la piedra al suelo.

Para el cálculo de la velocidad al llegar al suelo, aplicaremos la expresión de la velocidad:

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 0 - 9,8 \cdot 1,42$$

$$v = -14 \text{ m/s}$$

¡El signo (-) de la velocidad significa que ésta va en sentido contrario a nuestros ejes!

Por último para calcular la velocidad a 3 m del suelo, podremos usar la expresión del MRUA que no depende de la variable tiempo

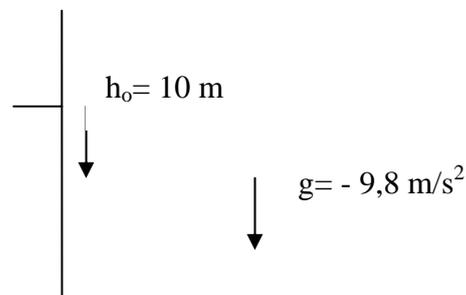
$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0)$$

$$v^2 - 0 = 2 \cdot (-9,8) \cdot (3 - 10)$$

$$v^2 = 137,2$$

$$v = \pm \sqrt{137,2} = \pm 11,71$$

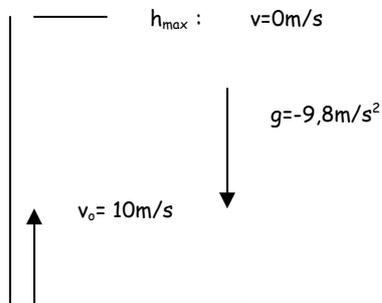
Tomaremos la solución (-) pues el móvil está bajando $v = -11,71 \text{ m/s}$



Ejercicio 2

Lanzamos un objeto desde el suelo con una velocidad de 10 m/s. Calcular:

- d) La altura máxima que alcanza.
- e) El tiempo que tarda en caer.
- f) La velocidad al llegar al suelo.



Cuando el móvil llega al punto de altura máxima, su velocidad será cero.

Aplicamos la expresión de un MRUA

$$v = v_0 + gt$$

$$0 = 10 - 9,8t$$

$$t = 1,02s$$

Con el tiempo calculado, podemos hallar la altura máxima:

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 0 + 10 \cdot 1,02 + \frac{1}{2}(-9,8) \cdot (1,02)^2 \Rightarrow h = 5,1m$$

¡Otra forma de hacerlo sin hallar el tiempo es la siguiente!

$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0) \Rightarrow 0^2 - 10^2 = 2(-9,8) \cdot (h - 0) \Rightarrow -100 = -19,6h \Rightarrow h = 5,1m$$

Para calcular el tiempo que tarda en caer o tiempo de vuelo, podemos tener en cuenta que el movimiento es simétrico y tarda lo mismo en subir hasta la altura máxima que en caer. Por tanto $t_{vuelo} = 2t_{h_{max}} \Rightarrow t_v = 2 \cdot (1,02) = 2,04s$

¡Otra forma!: cuando llega al suelo su altura final es cero, luego

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 0 + 10t + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \Rightarrow 0 = 10t - 4,9t^2$$

Es una ecuación de 2º grado, que resolvemos y obtenemos $t = 2,04s$

Por último, para calcular la velocidad cuando llega al suelo, podemos aplicar de nuevo el hecho de que el movimiento es simétrico y por tanto será la misma que la velocidad de lanzamiento pero con signo negativo.

¡Otra forma!: Cuando llega al suelo, su altura final es cero, luego

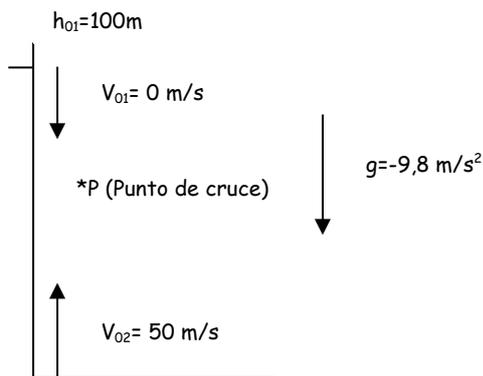
$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0) \Rightarrow v^2 - 10^2 = 2(-9,8)(0 - 0) \Rightarrow v^2 - 100 = 0 \Rightarrow v = \pm\sqrt{100} = \pm 10$$

tomamos la negativa, pues el objeto está cayendo y su movimiento es contrario a nuestros ejes, por tanto $v = -10m/s$

Ejercicio 3

Desde una altura de 100 metros dejamos caer una piedra, y al mismo tiempo desde el suelo lanzamos otra piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 m/s. Calcula:

- a) A que altura se cruzan
- b) Cuanto tiempo tardarán en cruzarse.



En el punto P donde se cruzan, ambos móviles tendrán la misma altura, es decir, la misma posición, por tanto $h_1 = h_2$

Móvil 1

$$h_1 = h_{01} + v_{01}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_1 = 100 + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \Rightarrow$$

$$h_1 = 100 - 4,9t^2$$

Móvil 2

$$h_2 = h_{02} + v_{02}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_2 = 0 + 50t + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \Rightarrow h_2 = 50t - 4,9t^2$$

Como $h_1 = h_2$ igualamos las expresiones anteriores

$$100 - 4,9t^2 = 50t - 4,9t^2 \Rightarrow 100 = 50t \Rightarrow t = 2s \text{ será el tiempo que tardan en cruzarse.}$$

Para calcular a que altura podemos usar cualquiera de las ecuaciones anteriores para h_1 o h_2

$$h_1 = 100 - 4,9t^2 \Rightarrow h_1 = 100 - 4,9 \cdot (2)^2 \Rightarrow h_1 = 9,8m \text{ será la altura a la que se cruzan.}$$

Ejercicio 4

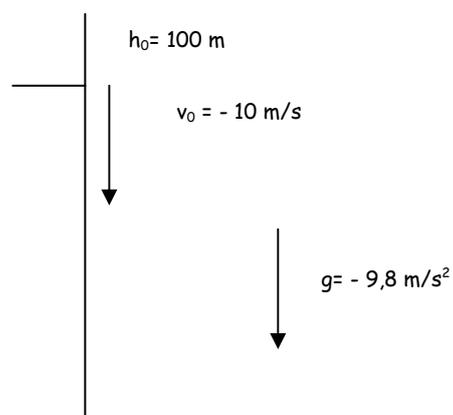
Lanzamos un objeto hacia abajo desde una altura de 100 metros, con una velocidad de 10 m/s. Calcula:

- Tiempo que tarda en llegar al suelo
- Velocidad al llegar al suelo

Ahora el móvil lo lanzamos hacia abajo, en sentido contrario a los ejes de nuestro sistema de referencia. Por tanto su velocidad inicial será negativa.

$$v_0 = -10 \text{ m/s}$$

Cuando llega al suelo $h = 0m$



Aplicamos las ecuaciones del MRUA

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = 100 - 10t + \frac{1}{2} (-9,8)t^2 \Rightarrow 0 = 100 - 10t - 4,9t^2$$

Nos queda una ecuación de 2º grado, que resolvemos con su fórmula correspondiente

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ obtenemos dos soluciones } t = 3,6s \text{ y } t = -5,6s$$

Tomamos la solución positiva (no tiene sentido tiempos negativos)

Luego $t = 3,6s$ tarda en llegar al suelo.

Para calcular la velocidad al llegar al suelo:

$$v = v_0 + g t \Rightarrow v = -10 - 9,8 \cdot (3,6) \Rightarrow v = -45,28m/s$$

Vemos que la velocidad es negativa como corresponde a un movimiento que va en contra del sentido de nuestros ejes.