INECUACIONES

EJERCICIO 16 : Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe la solución en forma de intervalo:

a) $5x+4<-6$ **b)** $\frac{5x-1}{8}+2x\geq x-\frac{x+1}{8}$ **c)** $2x-\frac{3x+1}{3}\geq 2(3x-2)$ **d)** $\frac{4}{3}+2x\leq 3$

e) $\frac{3(x+1)}{2}>2x$ **f)** $(5-x)(x+3)>0$ **g)** $\frac{x+7}{3-x}\geq 0$ **h)** $2x+5\leq x^2-2x-16$

i) $\frac{x+2}{x^2}\leq 0$ **j)** $x^2+3x-6>8-2x$ **k)** $x^2+3x-4\geq 0$ **l)** $x^2-3x>0$

m) $(x-2)(x+1)\leq 0$ **n)** $\frac{x+1}{x-3}>0$ **ñ)** $x(x+4)\leq 0$

Solución:

a) $5x+4<-6 \;\rightarrow\; 5x<-6-4 \;\rightarrow\; 5x<-10 \;\rightarrow\; x<-2$ La solución en forma de intervalo será: $(-\infty,-2)$

b) Multiplicamos por 8 la inecuación y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

$5x-1+16x\geq 8x-x-1 \;\rightarrow\; 21x-1\geq 7x-1 \;\rightarrow\; 14x\geq 0 \;\rightarrow\; x\geq 0$ La solución buscada es $[0,+\infty)$.

c) Multiplicamos la inecuación por 3, quitamos paréntesis y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

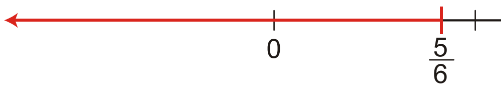
$6x-3x-1\geq 6(3x-2) \;\rightarrow\; 6x-3x-1\geq 18x-12 \;\rightarrow\; -1+12\geq 18x-3x \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 11\geq 15x \;\rightarrow\; x\geq\frac{11}{15}$

La solución en forma de intervalo es $\left(-\infty,\frac{11}{15}\right]$.

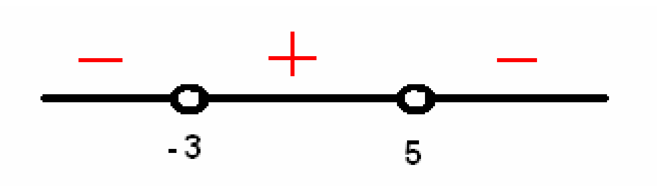
d) Multiplicamos todo por 3 para quitar el denominador: $4+6x\leq 9 \;\rightarrow\; 6x\leq 5 \;\rightarrow\; x\leq\frac{5}{6}$

La solución en forma de intervalo es $\left(-\infty,\frac{5}{6}\right]$.



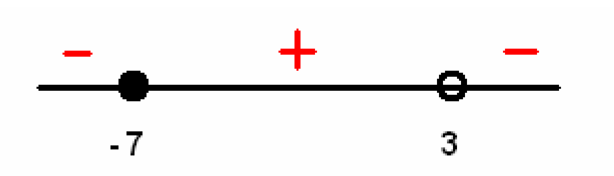
e) $3x+3>4x \Rightarrow -x>-2 \Rightarrow x<3 \Rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,3)$

f) El factor $5-x=0$ si $x=5$, y el factor $x+3=0$, si $x=-3$.



La solución será el intervalo $(-3,5)$

g) Igualamos, por separado el numerador y el denominador a cero:
El numerador: $x+7=0 \Rightarrow x=-7$ (Se coge porque es $\geq$)
El denominador $3-x=0 \Rightarrow x=3$ (El denominador nunca se coge)
Estudiamos los signos

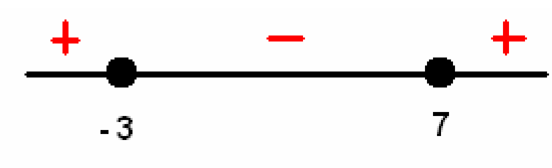


Solución, $[-7,3)$.

h) Reducimos a una ecuación de segundo grado y calculamos sus soluciones:

$0\leq x^2-2x-16-2x-5 \;\rightarrow\; x^2-4x-21\geq 0$

$$x^2-4x-21=0 \;\rightarrow\; x=\frac{4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{4\pm 10}{2}\;\begin{cases}7\\-3\end{cases}$$

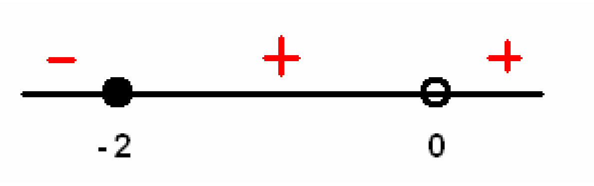


Luego la solución a la inecuación es $(-\infty,-3]\cup[7,+\infty)$.

i) Igualamos, por separado, numerador y denominador a cero:

Numerador: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ (Lo pintamos)

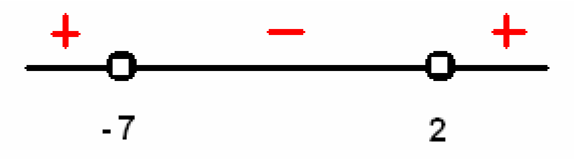
Denominador: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ (No lo pintamos)



Por tanto, la solución es $(-\infty, \, -2]$.

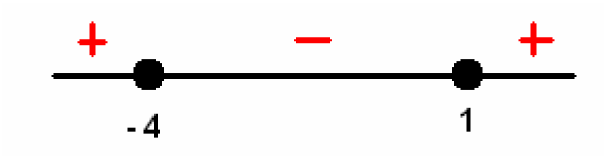
j) $x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x \quad \rightarrow \quad x^2 + 5x - 14 > 0$

Resolvemos la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0$: $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25+56}}{2} = \dfrac{-5 \pm 9}{2} \begin{array}{l} \nearrow 2 \\ \searrow -7 \end{array}$



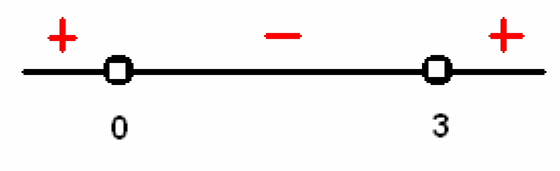
La solución será: $(-\infty,-7) \cup (2,+\infty)$

k) Resolvemos la ecuación $x^2 + 3x - 4 = 0$: $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3 \pm 5}{2} \begin{array}{l} \nearrow x = 1 \\ \searrow x = -4 \end{array}$



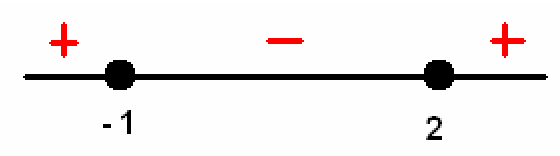
La solución de la inecuación es $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$

l) Hallamos las raíces de $x^2 - 3x$ resolviendo la ecuación: $x^2 - 3x = 0 \quad \rightarrow \quad x(x-3) = 0 \begin{array}{l} \nearrow x = 0 \\ \searrow x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3 \end{array}$



La solución de la inecuación es $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$.

m) Hallamos las raíces de la ecuación: $(x-2)(x+1) = 0 \begin{array}{l} \nearrow x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2 \\ \searrow x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1 \end{array}$

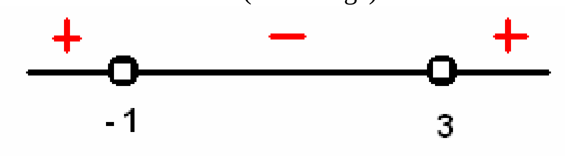


La solución de la inecuación es $[-1, 2]$.

n) Hallamos las raíces del numerador y del denominador:

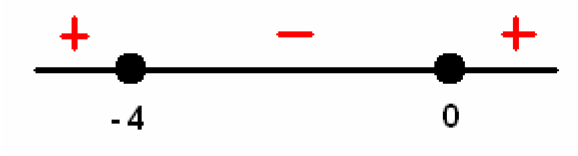
$x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1$ (No se coge)

$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3$ (No se coge)



La solución de la inecuación es $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

ñ) Hallamos las raíces de $x(x+4)$ resolviendo la ecuación: $x(x+4)=0 \begin{cases} \nearrow x=0 \\ \searrow x+4=0 \;\rightarrow\; x=-4 \end{cases}$



La solución de la inecuación es $[-4, 0]$.

SISTEMAS INECUACIONES

<u>EJERCICIO 18</u> : Halla el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{matrix} \mathbf{2x-1\le 3} \\ \mathbf{3x+6\ge 2x} \end{matrix}\right\}$ **b)** $\left.\begin{matrix} \mathbf{3x-7>0} \\ \mathbf{8-5x\ge 0} \end{matrix}\right\}$ **c)** $\left.\begin{matrix} \mathbf{5-2x<0} \\ \mathbf{7x+1>0} \end{matrix}\right\}$ **d)** $\left\{\begin{matrix} \mathbf{2x-6\ge 4} \\ \mathbf{x-7<0} \end{matrix}\right.$ **e)** $\left.\begin{matrix} \mathbf{x+2>0} \\ \mathbf{2x+3\ge 0} \end{matrix}\right\}$

Solución:

a) Resolvemos cada inecuación por separado; la solución será el conjunto de puntos que cumplan ambas inecuaciones.

$2x-1\le 3 \;\rightarrow\; 2x\le 4 \;\rightarrow\; x\le 2$

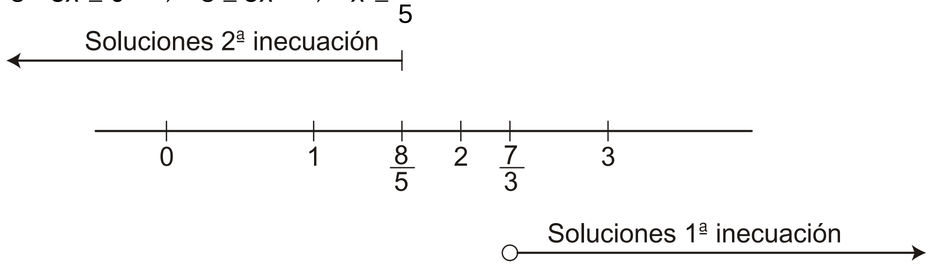
$3x+6\ge 2x \;\rightarrow\; 3x-2x\ge -6 \;\rightarrow\; x\ge -6$

La solución al sistema es el intervalo $[-6, 2]$.

b) Resolvemos independientemente cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$3x-7>0 \;\rightarrow\; 3x>7 \;\rightarrow\; x>\dfrac{7}{3}$

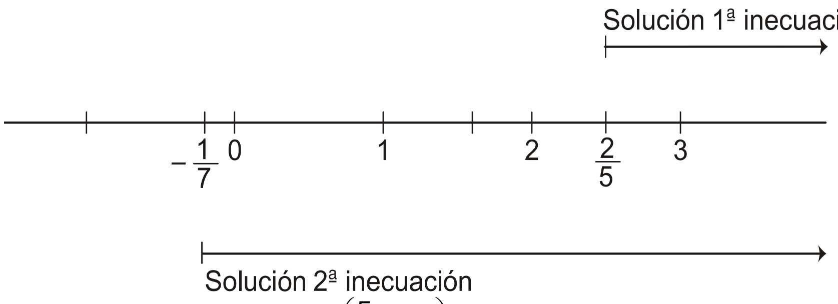
$8-5x\ge 0 \;\rightarrow\; 8\ge 5x \;\rightarrow\; x\le \dfrac{8}{5}$



El sistema no tiene solución, puesto que no hay valores que cumplan ambas inecuaciones a la vez.

c) Resolvemos cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:
$5-2x<0 \;\rightarrow\; 5<2x \;\rightarrow\; x>\dfrac{5}{2}$

$7x+1>0 \;\rightarrow\; 7x>-1 \;\rightarrow\; x>\dfrac{-1}{7}$

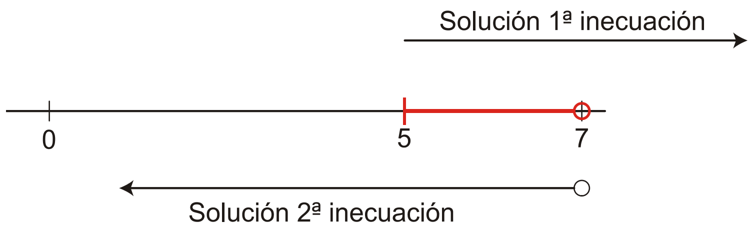


La solución del sistema es $\left(\dfrac{5}{2}, +\infty\right)$.

d) Resolvemos cada inecuación por separado y buscamos la solución que sea común a ambas:

$2x-6\geq 4 \;\rightarrow\; 2x\geq 10 \;\rightarrow\; x\geq 5$

$x-7<0 \;\rightarrow\; x<7$

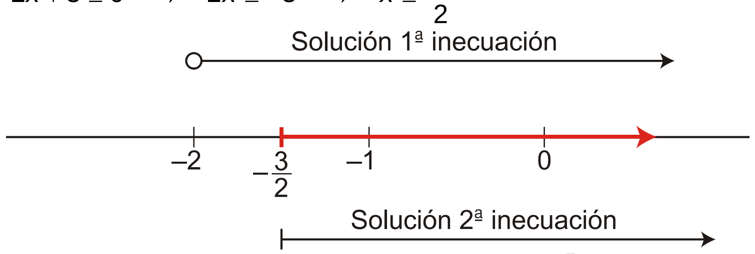


La solución del sistema es $[5,\,7)$.

e) Resolvemos cada inecuación por separado y buscamos el conjunto de puntos que cumplen ambas a la vez:

$x+2>0 \;\rightarrow\; x>-2$

$2x+3\geq 0 \;\rightarrow\; 2x\geq -3 \;\rightarrow\; x\geq \dfrac{-3}{2}$



La solución común a ambas inecuaciones es $\left[-\dfrac{3}{2},\,+\infty\right)$.