

# CINEMÁTICA

La Cinemática es la parte de la Física que se encarga del estudio del movimiento de los cuerpos, sin ocuparse de las causas que lo provocan.

Si queremos estudiar el movimiento (cambio de posición) de un cuerpo, el primer paso tiene que ser fijar un sistema de referencia desde el cual medir las distintas magnitudes. Un cuerpo puede estar en reposo o en movimiento dependiendo del sistema de referencia que se halla elegido.

Por ejemplo, si estamos dentro de un autobús en movimiento y tenemos nuestra mochila al lado, podemos decir que la mochila no se mueve respecto a nosotros (es decir, como si nosotros fuésemos el origen del sistema de referencia), pero sin embargo sí se mueve respecto de un observador que estuviese parado en la calle viendo pasar el autobús.

Por lo tanto es importante definir un sistema de referencia, tanto para estudiar el movimiento, como para saber qué tipo de movimiento está ocurriendo.

Definiremos **movimiento** como el cambio de posición de un cuerpo en el tiempo, respecto de un sistema de referencia que consideraremos fijo.

## **Sistema de Referencia**

Llamamos Sistema de Referencia a un punto o conjunto de puntos con relación al cual se describe el movimiento de un cuerpo.

Un cuerpo se mueve si cambia su posición respecto al sistema de referencia, en caso contrario decimos que está en reposo.

## **Trayectoria**

Llamamos trayectoria a la línea formada por los sucesivos puntos por los que pasa un móvil durante su movimiento. Dependiendo del tipo de trayectoria el movimiento puede ser rectilíneo, curvilíneo o circular.

Es importante darse cuenta que dependiendo del sistema de referencia elegido la trayectoria medida será distinta. Por ejemplo, si vamos en un autobús en movimiento y lanzo una pelota verticalmente hacia arriba, el movimiento de la pelota que yo veo será de subida y bajada vertical, pero un observador parado en la calle que ve pasar el autobús, lo que verá a través del cristal será una trayectoria parabólica.

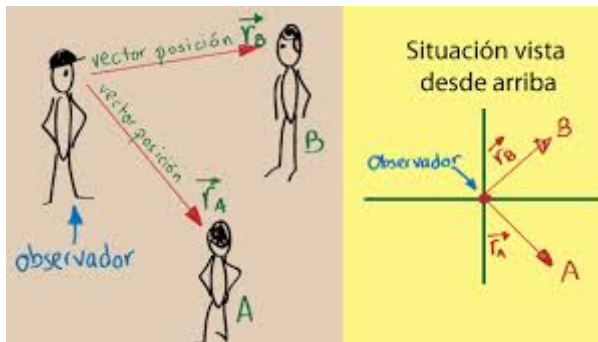
## **Posición. Desplazamiento. Espacio Recorrido**

Llamamos posición (S) de un móvil al punto que ocupa éste sobre la trayectoria en un momento dado. Su unidad en el Sistema Internacional de Unidades, es el metro "m"

Para determinar la posición de un móvil se fija primero un sistema de referencia y un origen de posiciones.

Si el movimiento es en línea recta, para determinar la posición del móvil solo necesitamos un eje de coordenadas, pero si el movimiento es en el plano, necesitamos dos ejes de coordenadas.

En ambos casos, para señalar la posición usaremos el concepto de **vector**, en concreto vector de posición.



Un vector es un segmento orientado, que se caracteriza por tres elementos:

- Módulo: valor numérico absoluto de su longitud.
- Dirección: Recta que contiene el vector.
- Sentido: Indicado por la flecha.

En física una gran cantidad de magnitudes se describen por vectores.

Cualquier movimiento implica la variación de la posición de un cuerpo respecto a un Sistema de Referencia que se supone en reposo.

El espacio recorrido por el móvil en un determinado intervalo de tiempo se puede determinar directamente sobre la trayectoria.

El desplazamiento ( $\Delta S$ ) en un determinado intervalo de tiempo, se calcula restando las posiciones final e inicial del movimiento.

$$\Delta S = S_f - S_0$$

El espacio recorrido se considera siempre positivo, pero el desplazamiento si puede ser negativo.

El desplazamiento no siempre coincide numéricamente con el espacio recorrido.

### Velocidad

La velocidad de un móvil representa la rapidez con que cambia su posición sobre la trayectoria.

Llamamos velocidad media ( $V_m$ ) al cociente entre la distancia recorrida por el móvil sobre la trayectoria en un intervalo de tiempo y el valor de dicho intervalo:

$$V_m = e / t$$

La unidad en el Sistema Internacional es el metro por segundo (m/s), pero con frecuencia se emplea el kilómetro por hora (km/h)

Podemos fácilmente cambiar de unidades como en el siguiente ejemplo:

$$90 \frac{Km}{h} \cdot \frac{1000m}{1Km} \cdot \frac{1h}{3600s} = \frac{90 \cdot 1000m}{3600s} = 25m/s \quad \text{o bien al revés}$$

$$20 \frac{m}{s} \cdot \frac{1Km}{1000m} \cdot \frac{3600s}{1h} = \frac{20 \cdot 3600Km}{1000h} = 72Km/h$$

Es importante destacar que en Física usaremos el Sistema Internacional (S.I.) también llamado M.K.S. (Metros-Kilogramos-Segundos), con lo cual todas las unidades debemos pasarlas al S.I.

No debemos confundir la velocidad media con la velocidad instantánea. Ésta última será la velocidad que posee el móvil en cada instante de tiempo. La velocidad será una magnitud vectorial, que por tanto tendrá un módulo (su valor numérico), una dirección y un sentido.

### MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U.)

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU), es el movimiento de un cuerpo que se mueve siguiendo una trayectoria recta con velocidad constante.

Un cuerpo con MRU recorre espacios iguales en tiempos iguales.

Podemos expresar matemáticamente el comportamiento de un móvil que se desplaza con MRU con una ecuación matemática que relacione posición (S), tiempo (t) y velocidad (V). Esta ecuación constituye la ecuación del MRU:

$$S = S_0 + V(t-t_0)$$

Siendo  $S_0$  la posición inicial en el instante  $t_0$  (las condiciones iniciales del movimiento). Normalmente comenzamos a medir el tiempo en el instante  $t_0 = 0$  s y la ecuación queda

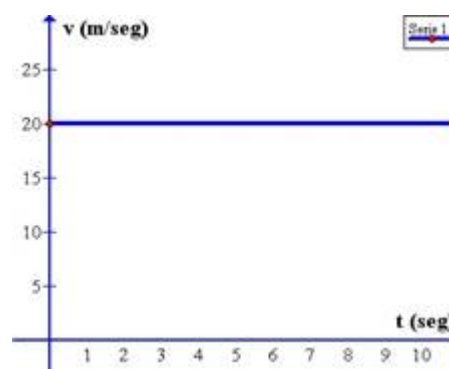
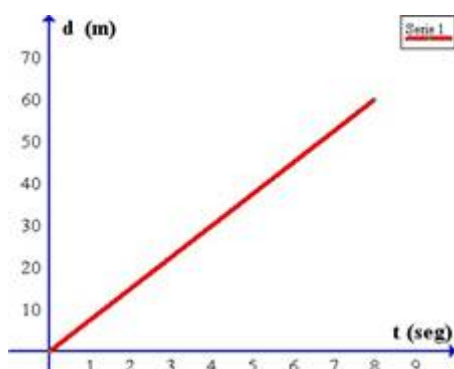
$$S = S_0 + V \cdot t$$

El movimiento puede ser en el sentido positivo de las posiciones (signo + para la velocidad) o en el sentido negativo de las posiciones (signo - para la velocidad)

Con la ecuación de movimiento se puede determinar la posición de un móvil conociendo el tiempo, o el tiempo conociendo la posición.

### Gráficas del MRU

Una forma de estudiar los movimientos es representar las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo. En el caso del MRU se obtendrá una línea recta para la gráfica posición-tiempo y una línea recta horizontal para la gráfica velocidad-tiempo.



### ACELERACIÓN

Cuando la velocidad de un móvil varía decimos que hay aceleración.

Como la velocidad es un vector, podemos decir que un móvil tiene aceleración en los siguientes casos:

- Siempre que aumenta o disminuye el módulo de la velocidad
- Cuando cambia de dirección el vector velocidad.

Si cambia el módulo del vector velocidad podemos determinar el valor de la aceleración dividiendo la variación de la velocidad por el intervalo de tiempo:

$$a = \frac{\Delta V}{t}$$

Llamamos aceleración (a) a la variación de la velocidad por unidad de tiempo.

La unidad de la aceleración en el Sistema Internacional de Unidades es el metro por segundo al cuadrado ( $m/s^2$ )

La aceleración, igual que la velocidad, es una magnitud vectorial y para representarla emplearemos un vector.

Si la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido el móvil aumenta la velocidad y si la aceleración y la velocidad tienen distinto sentido el móvil disminuye la velocidad.

### Componentes de la aceleración

Para que exista aceleración debe existir un cambio de velocidad. Pero la velocidad al ser una magnitud vectorial puede cambiar de dos formas: si cambia su módulo (su valor numérico), en cuyo caso tendríamos una aceleración tangencial que es la que hemos calculado antes, o bien si cambia su dirección, y en ese caso tendríamos una aceleración normal o centrípeta, que modifica la dirección del movimiento.

En este segundo caso, la aceleración normal vendría dada por la expresión:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad \text{donde } v \text{ es la velocidad, y } R \text{ el radio del movimiento.}$$

### **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A.)**

Llamamos Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, (MRUA), al movimiento cuya trayectoria es una línea recta y cuya aceleración es constante.

Que la aceleración sea constante significa que la variación de la velocidad es constante.

Por ejemplo: Si la aceleración es  $2 \text{ m/s}^2$ , cada segundo la velocidad aumenta o disminuye en  $2 \text{ m/s}$  (aumenta si la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido y disminuye si tienen sentido contrario).

En el MRUA ya no se recorren espacios iguales en tiempos iguales.

- Si la velocidad aumenta, aumenta el espacio recorrido
- Si la velocidad disminuye, disminuye el espacio recorrido.

**Ecuaciones del MRUA:**

$$S = S_0 + V_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2$$

$$V = V_0 + a \cdot (t - t_0)$$

Siendo " $S_0$ " y " $V_0$ " la posición y la velocidad en el instante inicial  $t_0$  y " $a$ " la aceleración.  
En general  $t_0 = 0$  y queda

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$V = V_0 + a \cdot t$$

La velocidad inicial y la aceleración pueden ser en el sentido positivo de las posiciones (el signo "+") o en el sentido negativo de las posiciones (el signo "-")

Cuando tenemos una aceleración negativa (en sentido contrario al movimiento), hablamos de un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Retardado o Decelerado.

*¡Recuerda la importancia de elegir un sistema de referencial!*

*En nuestro caso usaremos los ejes cartesianos, donde consideraremos velocidades y aceleraciones positivas aquellas que vayan en el sentido positivo del eje X*

Si el móvil no cambia de sentido se puede emplear la siguiente ecuación:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot (S - S_0)$$

Siendo " $S - S_0$ " el espacio recorrido "e"

La ecuación anterior es una combinación de las ecuaciones iniciales y es interesante en aquellos problemas en que no dispongamos del tiempo o no sea necesario calcularlo.

## GRÁFICAS DEL M.R.U.A.

En el M.R.U.A. podemos encontrar gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo.

La gráfica aceleración-tiempo es la más sencilla. Si suponemos un móvil desplazándose hacia la derecha (en el sentido positivo del eje X), entonces tendremos una aceleración positiva, y el móvil incrementa su velocidad cada unidad de tiempo en una cantidad igual a la aceleración.

Por ejemplo una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$  significa que la velocidad del móvil aumenta  $2 \text{ m/s}$  cada segundo.

Un móvil que se desplaza hacia la izquierda (sentido negativo del eje X), tendrá una aceleración negativa, y por tanto implica una disminución de la velocidad.

Como la aceleración (tanto positiva como negativa) es constante, la gráfica vendrá expresada por una línea horizontal.

Para las gráficas velocidad-tiempo, podemos representar la ecuación de la velocidad en función del tiempo (simplemente dándole una serie de valores al tiempo) y observaremos que tenemos una línea recta de pendiente positiva si la velocidad aumenta en el tiempo, o de pendiente negativa si la velocidad disminuye (por tener una aceleración negativa)

Para la gráfica posición-tiempo, lo que haremos será representar la ecuación de la posición en función del tiempo, dando valores a la variable tiempo, y observaremos que como es una función cuadrática, la gráfica obtenida será una parábola.

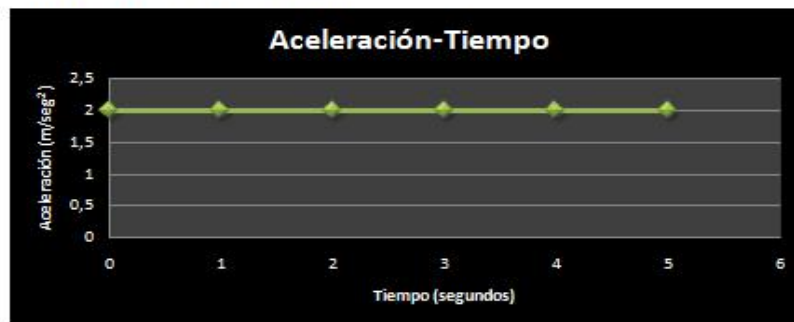
A continuación tenemos unos ejemplos de dichas gráficas



**Gráfica 1.** Esta grafica indica que la aceleración se mantuvo constante, el valor de la pendiente de la recta representa el valor de la aceleración del móvil.



**Gráfica 2.** Esta grafica me indica que la velocidad no es constante.



**Gráfica 3.** Esta grafica me indica que la aceleración se mantuvo constante.  
Nota: el área del rectángulo representa el valor de la velocidad

## LA CAÍDA LIBRE Y EL LANZAMIENTO VERTICAL

Si se deja caer un cuerpo desde una cierta altura o si se lanza verticalmente, el cuerpo experimenta la aceleración de la gravedad:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Este valor de gravedad, como es un vector, se dirige siempre hacia abajo, contrario a nuestros ejes, por lo que tendrá un valor negativo.

Las **ecuaciones del movimiento** son las del MRUA, pero cambiando el valor de la aceleración por el de la gravedad (-9,8)

Lanzamiento vertical desde el suelo:

$$h = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} (-9,8) \cdot t^2$$

$$V = V_0 + (-9,8) \cdot t$$

Lanzamiento vertical desde una cierta altura  $h_0$ :

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} (-9.8) \cdot t^2$$

$$V = V_0 + (-9.8) \cdot t$$

Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura  $h_0$ :

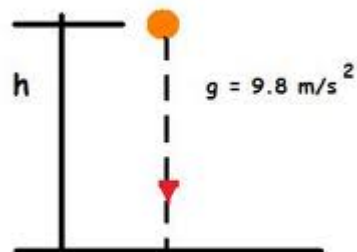
$$h = h_0 + \frac{1}{2} (-9.8) \cdot t^2$$

$$V = (-9.8) \cdot t$$

Fíjate bien:

- La aceleración será la aceleración de la gravedad ( $g$ ), cuyo valor será negativo ( $-9.8$ ) pues siempre irá en sentido contrario a nuestros ejes (positivos hacia arriba y hacia la derecha)
- En el lanzamiento vertical desde el suelo  $h_0 = 0$  m pues estamos al nivel del origen.
- En el lanzamiento vertical vemos que  $V_0$  puede ser positiva si lanzamos el cuerpo hacia arriba (en el sentido del eje  $y$ ) o negativa si lanzamos el cuerpo hacia abajo (en sentido contrario al eje  $y$ )
- Cuando dejamos caer un cuerpo desde una altura, no hay velocidad inicial, luego  $V_0 = 0$
- Por último, en problemas de dos móviles, ten en cuenta que cuando se crucen estarán a la misma altura, con lo cual sus posiciones  $h$  serán iguales.

## Caída Libre



distancia = altura ( $h$ )

aceleración = gravedad ( $g$ )

## Ejercicios Resueltos Tiro Vertical y Caída Libre

Es importante en estos ejercicios hacer un dibujo de la situación.

Recuerda que siempre pondremos el origen del sistema de referencia en el suelo, y que la gravedad tendrá un valor negativo ( $-9,8 \text{ m/s}$ ) pues va en sentido contrario a nuestros ejes.

Recuerda que la velocidad cuando sube será positiva (incluso la velocidad inicial cuando lo lanzo hacia arriba), y será negativa cuando el móvil baja (también cuando lo lanzo hacia abajo)

### Ejercicio 1

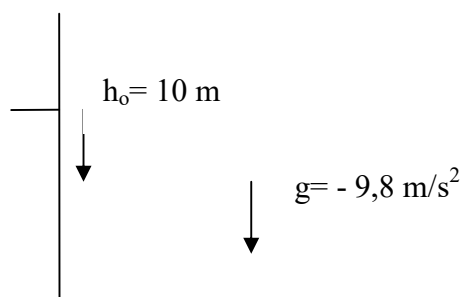
Dejamos caer una piedra desde una altura de 10 m. Calcula:

- Tiempo que tarda en llegar al suelo.
- Velocidad con que llega al suelo
- Velocidad que tendrá cuando se encuentre a 3 m del suelo.

Primero hacemos un dibujo de la situación

Como dejamos caer la piedra, su velocidad inicial será cero.

Se trata de un MRUA, y cuando llegue al suelo su altura final será cero, por tanto aplicamos la siguiente expresión:



$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Sustituimos los valores conocidos y calcularemos el tiempo de caída

$$0 = 10 + 0t + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \quad \text{Nos queda una ecuación de 2º grado que resolvemos}$$

$$0 = 10 - 4,9t^2$$

$t = \pm 1,42s$  tenemos dos soluciones, pero cogemos la positiva (no tiene sentido tiempos negativos), luego  $t = +1,42s$  será el tiempo que tarda en llegar la piedra al suelo.

Para el cálculo de la velocidad al llegar al suelo, aplicaremos la expresión de la velocidad:

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 0 - 9,8 \cdot 1,42$$

$$v = -14 \text{ m/s}$$

¡El signo (-) de la velocidad significa que ésta va en sentido contrario a nuestros ejes!

Por último para calcular la velocidad a 3 m del suelo, podremos usar la expresión del MRUA que no depende de la variable tiempo

$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0)$$

$$v^2 - 0 = 2 \cdot (-9,8) \cdot (3 - 10)$$

$$v^2 = 137,2$$

$$v = \pm \sqrt{137,2} = \pm 11,71$$

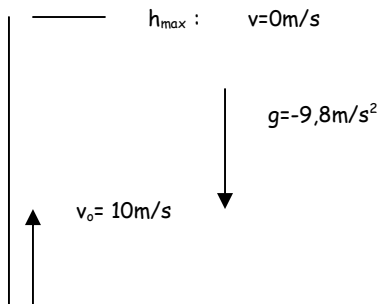
Tomaremos la solución (-) pues el móvil está bajando  $v = -11,71 \text{ m/s}$



## Ejercicio 2

Lanzamos un objeto desde el suelo con una velocidad de 10 m/s. Calcular:

- d) La altura máxima que alcanza.
- e) El tiempo que tarda en caer.
- f) La velocidad al llegar al suelo.



Cuando el móvil llega al punto de altura máxima, su velocidad será cero.

Aplicamos la expresión de un MRUA

$$v = v_0 + gt$$

$$0 = 10 - 9,8t$$

$$t = 1,02s$$

Con el tiempo calculado, podemos hallar la altura máxima:

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 0 + 10 \cdot 1,02 + \frac{1}{2}(-9,8) \cdot (1,02)^2 \Rightarrow h = 5,1m$$

**¡Otra forma de hacerlo sin hallar el tiempo es la siguiente!**

$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0) \Rightarrow 0^2 - 10^2 = 2(-9,8) \cdot (h - 0) \Rightarrow -100 = -19,6h \Rightarrow h = 5,1m$$

Para calcular el tiempo que tarda en caer o tiempo de vuelo, podemos tener en cuenta que el movimiento es simétrico y tarda lo mismo en subir hasta la altura máxima que en caer. Por tanto  $t_{vuelo} = 2t_{h_{max}} \Rightarrow t_v = 2 \cdot (1,02) = 2,04s$

**¡Otra forma!**: cuando llega al suelo su altura final es cero, luego

$$h = h_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 0 + 10t + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 \Rightarrow 0 = 10t - 4,9t^2$$

Es una ecuación de 2º grado, que resolvemos y obtenemos  $t = 2,04s$

Por último, para calcular la velocidad cuando llega al suelo, podemos aplicar de nuevo el hecho de que el movimiento es simétrico y por tanto será la misma que la velocidad de lanzamiento pero con signo negativo.

**¡Otra forma!**: Cuando llega al suelo, su altura final es cero, luego

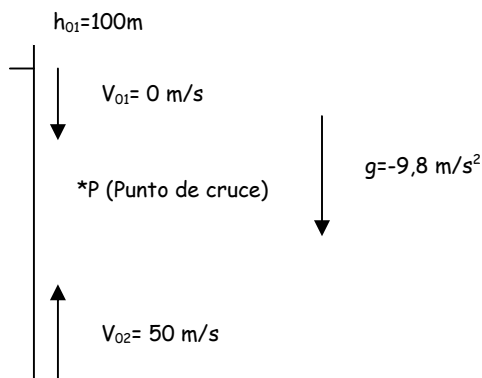
$$v^2 - v_0^2 = 2g(h - h_0) \Rightarrow v^2 - 10^2 = 2(-9,8)(0 - 0) \Rightarrow v^2 - 100 = 0 \Rightarrow v = \pm\sqrt{100} = \pm 10$$

tomamos la negativa, pues el objeto está cayendo y su movimiento es contrario a nuestros ejes, por tanto  $v = -10m/s$

## Ejercicio 3

Desde una altura de 100 metros dejamos caer una piedra, y al mismo tiempo desde el suelo lanzamos otra piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 m/s. Calcula:

- a) A que altura se cruzan
- b) Cuanto tiempo tardarán en cruzarse.



En el punto P donde se cruzan, ambos móviles tendrán la misma altura, es decir, la misma posición, por tanto  $h_1 = h_2$

Móvil 1

$$h_1 = h_{01} + v_{01}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_1 = 100 + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \Rightarrow h_1 = 100 - 4.9t^2$$

Móvil 2

$$h_2 = h_{02} + v_{02}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_2 = 0 + 50t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \Rightarrow h_2 = 50t - 4.9t^2$$

Como  $h_1 = h_2$  igualamos las expresiones anteriores

$$100 - 4.9t^2 = 50t - 4.9t^2 \Rightarrow 100 = 50t \Rightarrow t = 2\text{s}$$

será el tiempo que tardan en cruzarse.

Para calcular a que altura podemos usar cualquiera de las ecuaciones anteriores para  $h_1$  o  $h_2$

$$h_1 = 100 - 4.9t^2 \Rightarrow h_1 = 100 - 4.9 \cdot (2)^2 \Rightarrow h_1 = 9.8\text{m}$$

será la altura a la que se cruzan.

#### Ejercicio 4

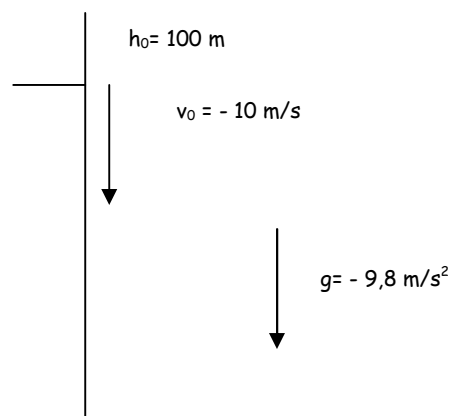
Lanzamos un objeto hacia abajo desde una altura de 100 metros, con una velocidad de 10 m/s. Calcula:

- Tiempo que tarda en llegar al suelo
- Velocidad al llegar al suelo

Ahora el móvil lo lanzamos hacia abajo, en sentido contrario a los ejes de nuestro sistema de referencia. Por tanto su velocidad inicial será negativa.

$$v_0 = -10\text{ m/s}$$

Cuando llega al suelo  $h = 0\text{m}$



Aplicamos las ecuaciones del MRUA

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = 100 - 10t + \frac{1}{2} (-9,8)t^2 \Rightarrow 0 = 100 - 10t - 4,9t^2$$

Nos queda una ecuación de 2º grado, que resolvemos con su fórmula correspondiente

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ obtenemos dos soluciones } t = 3,6s \text{ y } t = -5,6s$$

Tomamos la solución positiva (no tiene sentido tiempos negativos)

Luego  $t = 3,6s$  tarda en llegar al suelo.

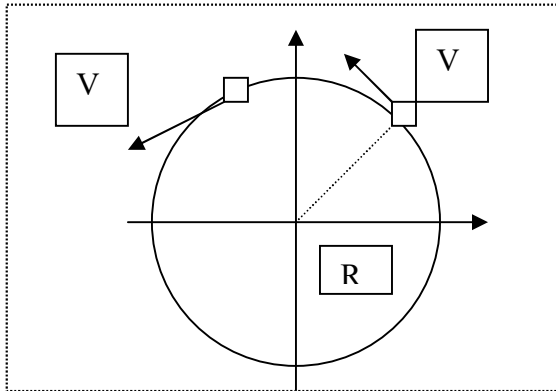
Para calcular la velocidad al llegar al suelo:

$$v = v_0 + g t \Rightarrow v = -10 - 9,8 \cdot (3,6) \Rightarrow v = -45,28m/s$$

Vemos que la velocidad es negativa como corresponde a un movimiento que va en contra del sentido de nuestros ejes.

## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Un móvil se desplaza con MCU cuando su trayectoria es una circunferencia y su velocidad (en módulo) es constante. En el movimiento circular la dirección del vector velocidad cambia constantemente.



La velocidad va cambiando constantemente de dirección, por lo que existe una aceleración normal o centrípeta.

Al ser un movimiento uniforme podremos aplicar la siguiente ecuación:

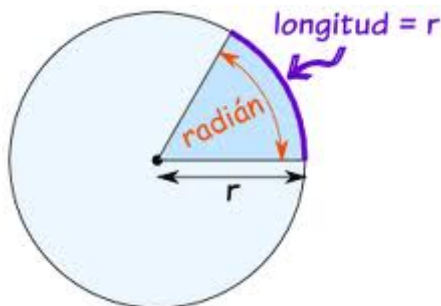
$$S = S_0 + vt$$

Con ella podremos calcular la posición sobre la trayectoria.

Pero en un movimiento circular además del espacio recorrido hay que tener en cuenta el ángulo descrito en el movimiento, lo cual nos lleva a diferenciar entre Magnitudes Lineales y Magnitudes Angulares.

Los ángulos se suelen medir en grados, pero en Física se emplea la unidad del Sistema Internacional, el radián.

Un radián es aquel ángulo cuyo arco es igual a su radio



Recuerda:

$$\text{Arco} = \text{ángulo} \times \text{radio}$$

$$S = \varphi \cdot R$$

Para hacer el cambio de unidades de grados a radianes, emplearemos una simple regla de tres. ( $180^\circ = \pi$  radianes)

Para estudiar este movimiento hay que definir una magnitud que indique como va cambiando el ángulo descrito respecto al tiempo a medida que el móvil avanza en su trayectoria circular. Esta magnitud recibe el nombre de **Velocidad Angular ( $\omega$ )** y es el ángulo recorrido por unidad de tiempo.

Por tanto, definimos movimiento circular uniforme a aquel cuya velocidad angular es constante.

La **ecuación del MCU** se deduce de la definición de velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \rightarrow \varphi - \varphi_0 = \omega \cdot (t - t_0) \rightarrow \varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

### Relación entre la velocidad angular ( $\omega$ ) y la velocidad lineal ( $v$ )

Como  $\varphi = \frac{S}{R}$  y también  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$

si empezamos el movimiento en el origen  $\varphi_0 = 0$  podremos igualar las expresiones anteriores, y nos quedará:

$$\frac{S}{R} = \omega t \Rightarrow \frac{S}{t} = \omega R$$

Como sabemos que  $\frac{S}{t} = v$  (velocidad lineal), llegamos a la siguiente relación:

$$v = \omega R$$

que relaciona la velocidad lineal con la velocidad angular.

### Magnitudes Periódicas

Dado que la posición en un MCU se repite periódicamente, es posible estudiar dicho movimiento en función de magnitudes periódicas.

#### Periodo (T)

Es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa. Se mide en segundos en el S.I.

#### Frecuencia (f)

Es el número de vueltas por unidad de tiempo. Su unidad en el S.I. es  $s^{-1}$  y se denomina hertzio (Hz)

El periodo y la frecuencia están relacionados. El periodo es la inversa de la frecuencia

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{o bien} \quad f = \frac{1}{T}$$

La relación de estas dos magnitudes con la velocidad angular se puede determinar teniendo en cuenta que si el móvil da una vuelta completa habrá girado  $2\pi$  radianes y el tiempo que tardó en dar esa vuelta completa será el periodo T, luego

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{o bien} \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

Por último, recuerda que cuando la velocidad cambia en el valor de su dirección, es debido a la aceleración normal o centrípeta, cuyo valor se puede calcular con la expresión:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

siendo v el módulo de la velocidad (su valor) y R el radio del movimiento circular.

El vector aceleración normal, es perpendicular al vector velocidad en cada punto y apunta al centro de la trayectoria circular.

## PROBLEMAS DE CINEMÁTICA 4º ESO

### Resolución de problemas de cinemática:

Para estudiar un movimiento y resolver un problema se han de seguir los siguientes pasos:

1. Establecer el sistema de referencia, es decir, el origen y el eje a lo largo del cual tiene lugar el movimiento
2. El valor y signo de la aceleración
3. El valor y el signo de la velocidad inicial
4. La posición inicial del móvil
5. Escribir las ecuaciones del movimiento
6. A partir de los datos, despejar las incógnitas

**MRU** (hacer, además, las gráficas posición-tiempo de los problemas 2, 3 y 5, para los dos móviles)

1. Un coche inicia un viaje de 495 Km. a las ocho y media de la mañana con una velocidad media de 90 Km/h ¿A qué hora llegará a su destino? (Sol.: a las dos de la tarde).
2. Dos automóviles que marchan en el mismo sentido, se encuentran a una distancia de 126 Km. Si el más lento va a 42 Km/h, calcular la velocidad del más rápido, sabiendo que le alcanza en seis horas. (Solución: 63 km/h)
3. Un ladrón roba una bicicleta y huye con ella a 20 km/h. Un ciclista que lo ve, sale detrás del mismo tres minutos más tarde a 22 Km/h. ¿Al cabo de cuánto tiempo lo alcanzará? (Solución: 30 minutos).
4. Calcular la longitud de un tren cuya velocidad es de 72 Km/h y que ha pasado por un puente de 720 m de largo, si desde que penetró la máquina hasta que salió el último vagón han pasado  $\frac{3}{4}$  de minuto. (Solución: 180 metros)
5. Dos coches salen a su encuentro, uno de Bilbao y otro de Madrid. Sabiendo que la distancia entre ambas capitales es de 443 Km. y que sus velocidades respectivas son 78 Km/h y 62 Km/h y que el coche de Bilbao salió hora y media más tarde, calcular : a) Tiempo que tardan en encontrarse b) ¿A qué distancia de Bilbao lo hacen? (Solución: tardan en encontrarse 2,5 horas; a 195 km de Bilbao).

**MRUA** (hacer, además, las gráficas x-t y v-t de los problemas 12, 13 y 16)

6. Una locomotora necesita 10 s. para alcanzar su velocidad normal que es 60 Km/h. Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular? (Sol.: 1,66 m/s<sup>2</sup>; 83 m)
7. Un cuerpo posee una velocidad inicial de 12 m/s y una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup> ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de 144 Km/h? (Sol.: 14 s)
8. Un móvil lleva una velocidad de 8 cm/s y recorre una trayectoria rectilínea con movimiento acelerado cuya aceleración es igual a 2 cm/s<sup>2</sup>. Calcular el tiempo que ha tardado en recorrer 2,10 m. (Sol.: 11 s)

9. Un motorista va a 72 Km/h y apretando el acelerador consigue al cabo de 1/3 de minuto, la velocidad de 90 Km/h. Calcular a) su aceleración media. b) Espacio recorrido en ese tiempo. (Sol.:  $0,25 \text{ m/s}^2$ ; 450 m)
10. En ocho segundos, un automóvil que marcha con movimiento acelerado ha conseguido una velocidad de 72 km/h. ¿Qué espacio deberá recorrer para alcanzar una velocidad de 90 km/h? (Sol.: 125 m)
11. Se deja correr un cuerpo por un plano inclinado de 18 m. de longitud. La aceleración del móvil es de  $4 \text{ m/s}^2$ ; calcular a) Tiempo que tarda el móvil en recorrer la rampa. b) velocidad que lleva al finalizar el recorrido inclinado. (Sol.: 3 s ; 12 m/s)
12. Un avión despegar de la pista de un aeropuerto, después de recorrer 1000 m de la misma, con una velocidad de 120 Km/h. Calcular a) la aceleración durante ese trayecto. b) El tiempo que ha tardado en despegar si partió del reposo c) La distancia recorrida en tierra en el último segundo. (Sol.:  $5/9 \text{ m/s}^2$  ; 60s; 42,725 m)
13. Dos cuerpos A y B situados a 2 Km de distancia salen simultáneamente uno en persecución del otro con movimiento acelerado ambos, siendo la aceleración del más lento, el B, de  $32 \text{ cm/s}^2$ . Deben encontrarse a 3,025 Km. de distancia del punto de partida del B. Calcular a) tiempo que tardan en encontrarse, b) aceleración de A. c) Sus velocidades en el momento del encuentro. (Sol.: 137,5 s ; 72,875 m/s;  $0,53 \text{ m/s}^2$  ; 44 m/s)
14. Un tren que va a 50 Km/h debe reducir su velocidad a 25 Km/h. al pasar por un puente. Si realiza la operación en 4 segundos, ¿Qué camino ha recorrido en ese tiempo? (Sol.: 41,64 m)
15. ¿Qué velocidad llevaba un coche en el momento de frenar si ha circulado 12 m. hasta pararse ( $a = 30 \text{ cm/s}^2$ ). ¿Cuánto tiempo ha necesitado para parar? (Sol.: 2,68 m/s ; 8,93 s)
16. La velocidad de un vehículo es de 108 Km/h y en 5 segundos reduce la velocidad a 72 Km/h. Calcular el tiempo que tardó en pararse. (Sol.: 15 s)
17. Un avión recorre 1.200 m. a lo largo de la pista antes de detenerse cuando aterriza. Suponiendo que su deceleración es constante y que en el momento de tocar tierra su velocidad era de 100 Km/h. Calcular a) tiempo que tardó en pararse. b) Distancia que recorrió en los diez primeros segundos. (Sol.: 86,39 s ; 261,8 m)

## CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTO VERTICAL

18. Se suelta un cuerpo sin velocidad inicial. ¿Al cabo de cuánto tiempo su velocidad será de 45 Km/h?
19. Desde la azotea de un rascacielos de 120 m de altura se lanza una piedra con velocidad de 5 m/s, hacia abajo. Calcular: a) Tiempo que tarda en llegar al suelo, b) velocidad con que choca contra el suelo.
20. Si queremos que un cuerpo suba 50 m verticalmente. ¿Con qué velocidad se deberá lanzar? ¿Cuánto tiempo tardará en caer de nuevo a tierra?
21. Se dispara verticalmente un proyectil hacia arriba y vuelve al punto de partida al cabo de 10 s. Hallar la velocidad con que se disparó y la altura alcanzada.



22. Lanzamos verticalmente hacia arriba un proyectil con una velocidad de 900 Km/h. Calcular a) Tiempo que tarda en alcanzar 1 km de altura. b) Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima

### MCU

23. Calcular la velocidad angular del planeta Tierra en su rotación. (Sol.:  $7,26 \cdot 10^{-5}$  rad/s)

24. Una masa de 4 g. se mueve siguiendo una circunferencia de 60 cm de radio. Si gira a 3.000 rpm, calcular su velocidad angular en rad/s, y su velocidad lineal. (Sol.: 314 rad/s ; 188,5 m/s)

25. Un punto material describe una trayectoria circular de un metro de radio 30 veces por minuto. Calcular su velocidad lineal. (Sol.: 3,14 m/s)

26. Un punto recorre un círculo de 10 m de diámetro a razón de 450 vueltas cada  $\frac{1}{4}$  de hora. Calcular: a) la velocidad angular en rpm; b) su velocidad lineal. (Sol.: 3,14 rad/s; 15,7 m/s)

27. Una pelota de dos metros de diámetro gira con una velocidad de 9,425 m/s. ¿Cuántas vueltas da por minuto? (Sol.: 90 rpm)

28. Una rueda de 10 cm de radio gira a razón de 100 rpm. Calcular la velocidad lineal de un punto de su periferia. (Sol.: 1,05 m/s)

### PROBLEMAS DE CINEMÁTICA 4º E.S.O. (MRU, MRUA)

1. Un avión llega a la pista de aterrizaje, de 1250 m, con una velocidad de 100 m/s, ¿qué aceleración deberá tener para no salirse de la pista? ( $-4 \text{ m/s}^2$ , 25 s).
2. Un automóvil A que está parado arranca con una aceleración de  $1,5 \text{ m/s}^2$ . En ese instante es alcanzado por un automóvil B que circula a velocidad constante de 54 Km/h. a) ¿A qué distancia del punto de partida alcanzará el móvil A al móvil B?; b) ¿Qué velocidad lleva el móvil en ese instante? (300m 30 m/s).
3. El conductor de un automóvil que se desplaza a 72 km /h pisa el freno, con lo cual su rapidez se reduce a 5 m/s después de recorrer 100m. a)¿Cuál es la aceleración del automóvil?, b)¿Qué tiempo tardará en pararse por completo desde que empezó a frenar? ¿Qué distancia total recorrió? (a)  $1,87 \text{ m/s}^2$ , b) 10,7 s 106,6 m).
4. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad de 72 km/h. Calcula: a) la máxima altura que alcanza, b) el tiempo, contado desde el lanzamiento, que tarda en volver al punto de partida, c) a qué altura la velocidad se ha reducido a la mitad. (20m, 4 s, 15 m).
5. Un objeto se lanza hacia abajo con una rapidez de 5 m/s desde una altura de 100m. ¿Con qué rapidez llegará al suelo? (- 45 m/s)

6. Desde lo alto de un rascacielos de 175 m de altura se lanza verticalmente hacia abajo una piedra con una velocidad inicial de 10 m/s. Calcular cuanto tiempo tardará en caer y con qué velocidad llegará al suelo. (5 s - 60 m/s)
7. Se lanza una bola hacia arriba desde el suelo con una velocidad de 30 m/s, a) ¿cuánto tarda en llegar al punto mas alto?, b) ¿qué altura máxima alcanzará? , c) ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo de nuevo?, d) ¿cuál será la velocidad con que llegará al suelo? (3 s, 45 m, 6 s , -30 m/s )
8. Un tren marcha a 90 km/h y frena con una aceleración de  $1\text{m/s}^2$ . Calcula : a) la rapidez del tren a los 10 s de empezar a frenar , b) el tiempo que tarda en pararse, c) la distancia recorrida hasta que se para. (15 m/s, 25 s, 312,5 m)
9. Se deja caer una pelota desde la azotea de un edificio, y tarda 10 s en llegar al suelo. a) ¿Con qué velocidad llega al suelo la pelota?, b) ¿Cuál es la altura del edificio?, c) ¿Qué posición ocupa la pelota, qué distancia ha recorrido y cuál es su velocidad a los 2 s de su lanzamiento? (-100 m/s, 500 m, 480 m, 20 m, -20 m/s)
10. Un autobús toma la autopista desde Valencia hasta Barcelona con una rapidez constante de 108 km/h. Al mismo tiempo, otro autobús, que viaja a 20 m/s , entra en la autopista en Castellón, también en sentido Barcelona. Sabiendo que la longitud del tramo de autopista entre Valencia y Castellón es de 70 km, hallar a qué distancia uno alcanzará al otro. (210 km)
11. En un momento determinado dos coches se encuentran en la misma posición pero moviéndose en sentidos contrarios en una recta de una autopista. Sus velocidades son 72 km/h y 90 km/h y se mantienen constantes. ¿Qué distancia recorre cada uno de ellos en 2 minutos?, ¿qué distancia les separa en ese momento? (2400 m, 3000 m, 5400 m)