

# CINEMÁTICA



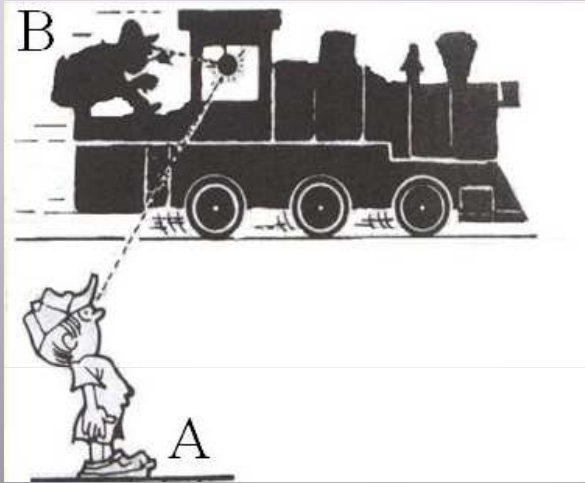
## **CINEMÁTICA**

- Sistema de Referencia
- Magnitudes Cinemáticas
- Velocidad
- Aceleración
- Tipos de Movimiento
  - ✓ Movimiento Rectilíneo Uniforme
  - ✓ Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado
  - ✓ Caída Libre / Tiro Vertical
  - ✓ Movimiento Circular Uniforme

## MOVIMIENTO Y REPOSO

Son conceptos relativos. Para hablar de reposo o de movimiento tenemos que elegir un Sistema de Referencia.

- \* Un objeto se moverá respecto a un S.R. cuando cambie la distancia entre ambos.
- \* Si la distancia no cambia, el objeto estará en reposo.



La lámpara está en movimiento para el observador A.

La lámpara está en reposo para el observador B.

Todo movimiento es relativo al observador, y el observador será el origen del sistema de referencia desde el que se describe y se mide el movimiento.

Es decir, la descripción del movimiento depende del punto de vista del observador, movimiento en un caso, reposo en otro.

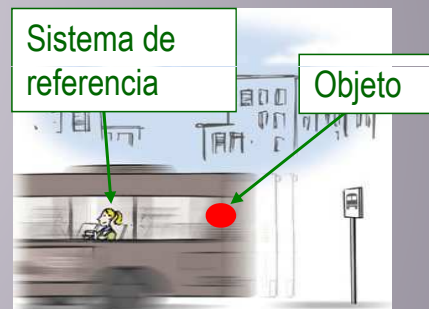
## SISTEMA DE REFERENCIA

Un sistema de referencia es un punto o un conjunto de puntos que utilizamos para determinar si un cuerpo se mueve.

En definitiva es el origen desde el que medimos todas las variables del movimiento.



El objeto está en movimiento respecto al sistema de referencia



El objeto está en reposo respecto al sistema de referencia

Describir un movimiento es saber dónde está en cada momento el objeto.

Para esta descripción necesitamos por tanto:

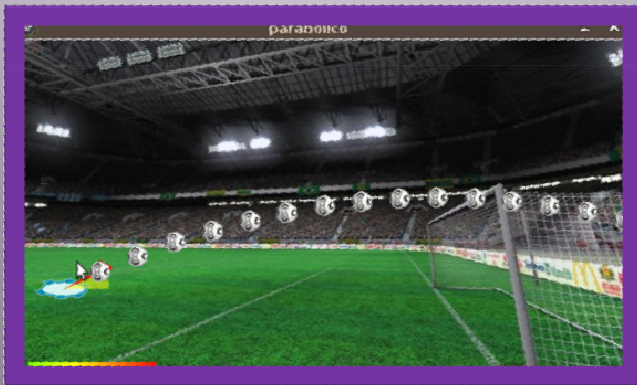
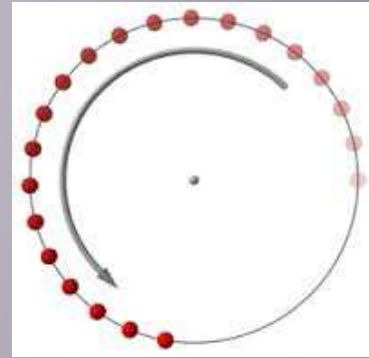
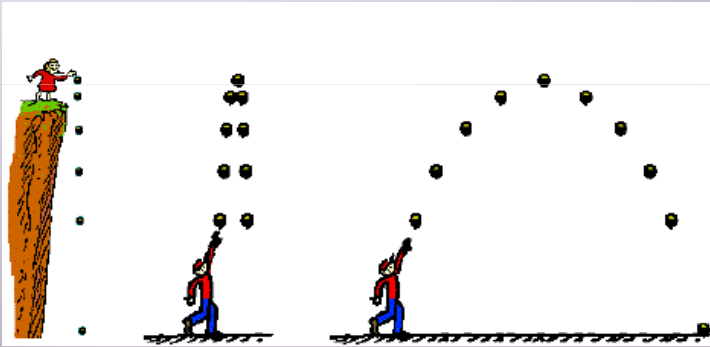
- Un sistema de referencia sobre el que definir el movimiento.
- El camino seguido por el móvil (es lo que se llama trayectoria)
- El tiempo en el que el móvil cambia de posición de un punto a otro.

## TRAYECTORIA

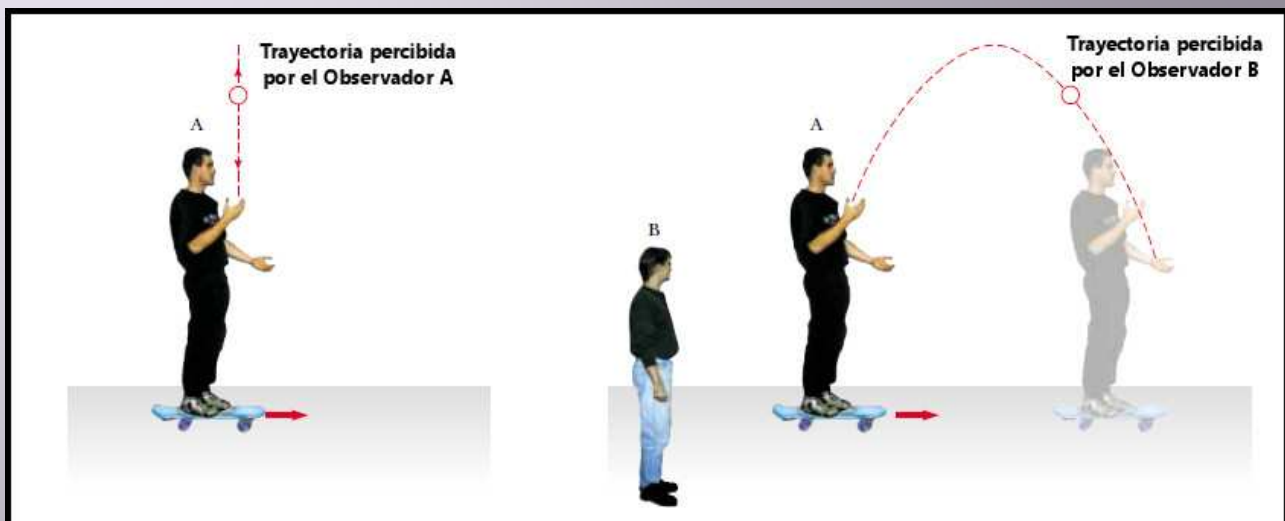
Definimos Trayectoria a la línea formada por los sucesivos puntos por los que pasa el móvil durante su movimiento.

Dependiendo del tipo de trayectoria el movimiento podrá ser rectilíneo, curvilíneo o circular.

La trayectoria dependerá del sistema de referencia elegido.



### !! La trayectoria depende del sistema de referencia !!



Al lanzar la bola hacia arriba verticalmente, el observador A, ve una trayectoria rectilínea, la bola sube y baja, a pesar de que dicho observador está en movimiento.

Sin embargo un observador B, en reposo, vería una trayectoria parabólica de la bola, fruto de la combinación de los dos movimientos, el del patinador más el lanzamiento vertical.

## POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO Y ESPACIO RECORRIDO

**POSICIÓN (S)** de un móvil, es el punto que ocupa el móvil sobre la trayectoria en un momento dado, medido desde el origen del sistema de referencia.  
Su unidad en el Sistema Internacional es el metro (m)

Para determinar la posición de un móvil, se fija primero el sistema de referencia.

El **ESPACIO RECORRIDO** por el móvil en un intervalo de tiempo se puede determinar directamente sobre la trayectoria

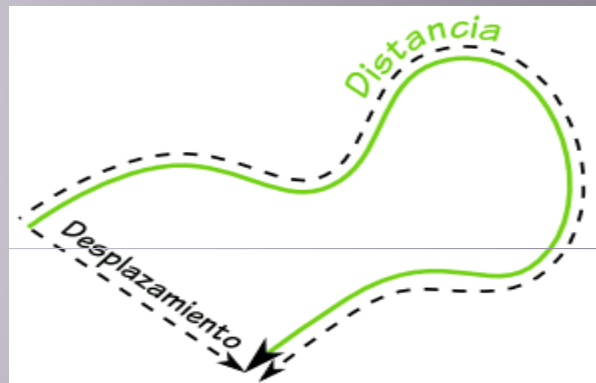
El **DESPLAZAMIENTO ( $\Delta S$ )** en un determinado intervalo de tiempo se calcula restando las posiciones final e inicial del movimiento.

$$\Delta S = S_f - S_o$$



*El espacio recorrido se considera siempre positivo, pero el desplazamiento puede ser negativo.  
No tienen por que coincidir numéricamente.*

## DIFERENCIA ENTRE DESPLAZAMIENTO Y ESPACIO RECORRIDO

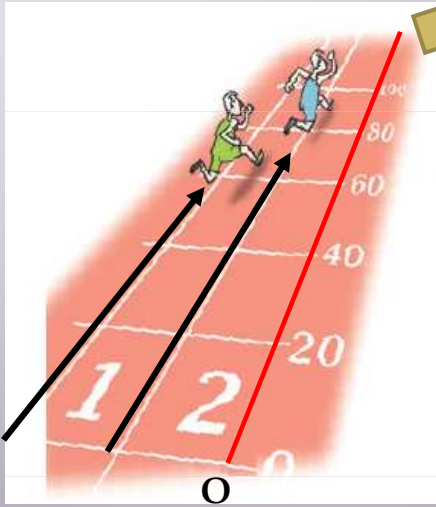


El espacio recorrido lo medimos sobre la trayectoria (es lo que recorremos realmente).  
El desplazamiento es la distancia que hay, medida en línea recta, entre la posición inicial y la posición final.



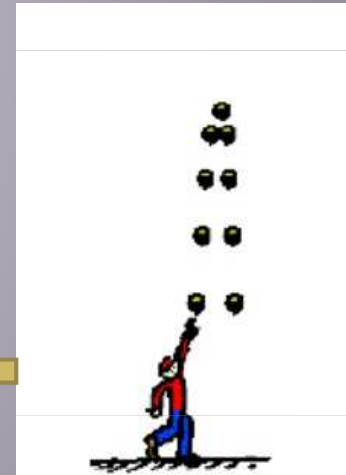
En un circuito de Fórmula 1 por ejemplo, cuando hayamos dado una vuelta, habremos recorrido una distancia S de 5km por ejemplo, y sin embargo, el desplazamiento será nulo (0 m), pues el punto de inicio es el mismo que el de finalización.

Lineal o unidimensional



El vector desplazamiento (en negro) coincide en dirección con la trayectoria en un movimiento lineal.

Sólo cuando la trayectoria es rectilínea, y si además el móvil no regresa por el mismo camino, el espacio recorrido coincide con el desplazamiento.



En este caso, aunque la trayectoria sería rectilínea, el espacio recorrido no coincidiría con el desplazamiento, que sería nulo.

## RAPIDEZ Y VELOCIDAD

La **rapidez** es una medida de lo deprisa que se mueve un objeto.

La **velocidad** es una rapidez en una dirección determinada. Nos dice lo deprisa que se mueve un objeto y en qué dirección y sentido lo hace.

La velocidad puede ser velocidad media y velocidad instantánea

La **velocidad media** ( $V_m$ ) es el cociente entre la distancia recorrida por el móvil sobre la trayectoria en un intervalo de tiempo, y el valor de dicho intervalo.

$$V_m = \frac{e}{\Delta t}$$

Puede ocurrir, como en un movimiento rectilíneo, que el espacio recorrido coincida con el desplazamiento. En ese caso tendremos:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_f - S_o}{t_f - t_o}$$

## Velocidad media y velocidad instantánea

2 h 30 min



El velocímetro nos indica el valor de la velocidad en cada instante: es la **velocidad instantánea**.

La **velocidad media** en un recorrido la calculamos dividiendo el espacio recorrido entre el tiempo que hemos tardado en recorrerlo.

$$v_{\text{media}} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo}} = \frac{237 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 94,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

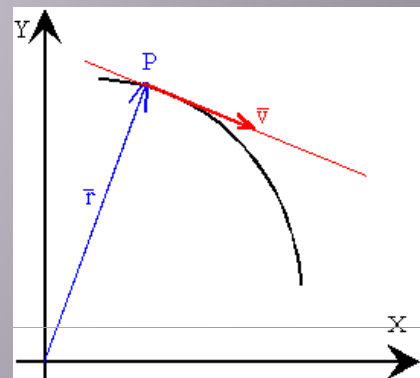
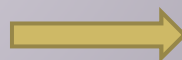
La **velocidad instantánea** es la que tiene el móvil en cualquier instante de su recorrido.



Podemos decir que la velocidad instantánea es la que marca el velocímetro en un instante determinado.

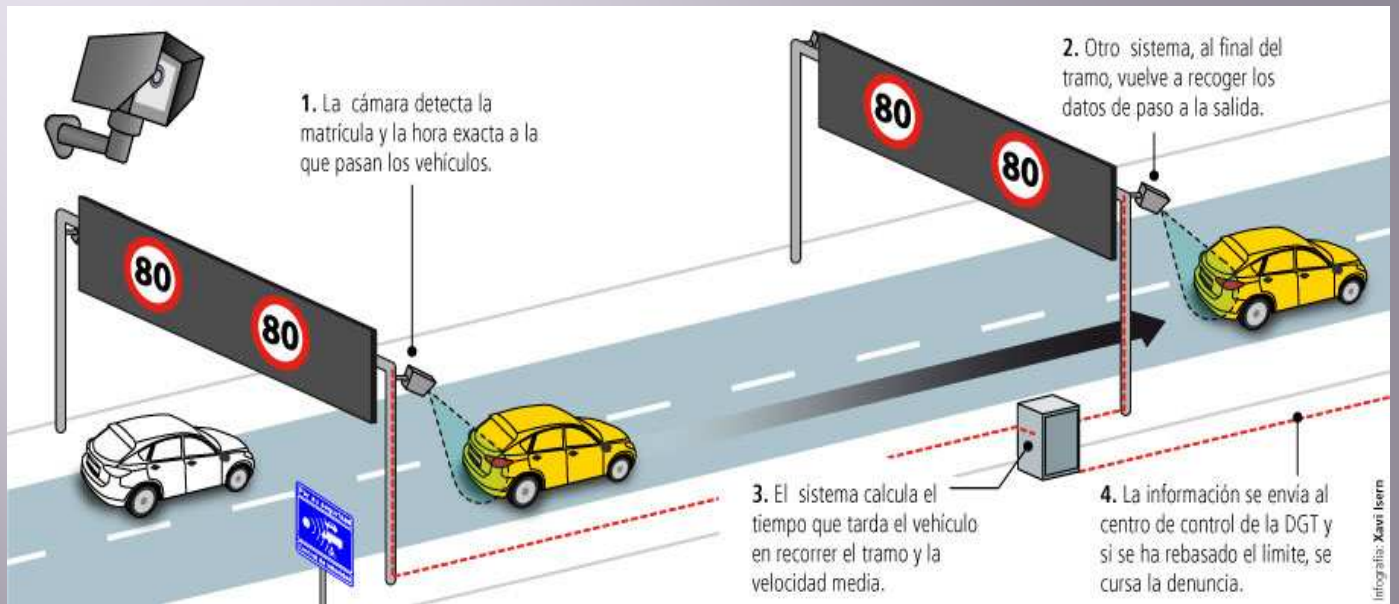
En nuestra fórmula de la velocidad media, haríamos los intervalos de tiempo infinitamente pequeños.

La velocidad instantánea, es siempre tangente a la trayectoria e indica la dirección del desplazamiento del móvil.



La unidad de velocidad en el Sistema Internacional, es el metro por segundo (m/s), aunque con frecuencia se emplean otras unidades como el kilómetro por hora (km/h)

Un radar de tramo, es un ejemplo en el que se usa el cálculo de la velocidad media de un vehículo



Si en algún momento del tramo controlado, el coche rebasa los 80 Km/h, el tiempo que habrá empleado en recorrer el tramo, habrá sido inferior al mínimo establecido, con lo cual será multado.

## MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Un movimiento uniforme, o M.U. es aquel en el que se mantiene constante el módulo o valor de la velocidad.

Un caso particular del movimiento uniforme es el **Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)**

Es un movimiento cuya trayectoria es rectilínea y su velocidad es constante.

Un cuerpo con M.R.U. recorre espacios iguales en tiempos iguales.

Matemáticamente podemos expresar este movimiento con la siguiente ecuación:

$$S = S_0 + V(t-t_0)$$

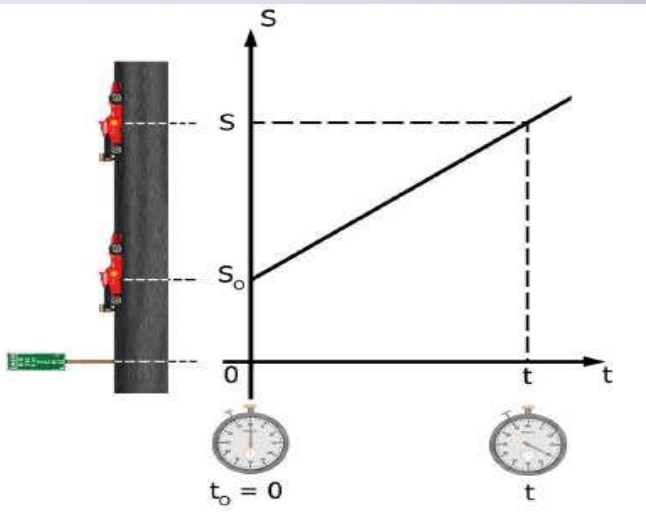
Donde  $S_0$  es la posición inicial en el instante  $t_0$  (las condiciones iniciales del movimiento). Normalmente comenzamos a medir el tiempo en el instante  $t_0 = 0s$  con lo que la ecuación nos queda:

$$S = S_0 + V t$$

El movimiento puede ser en el sentido positivo de nuestro sistema de referencia (signo + para  $V$ ), o en el sentido negativo de nuestro sistema (signo - para  $V$ )

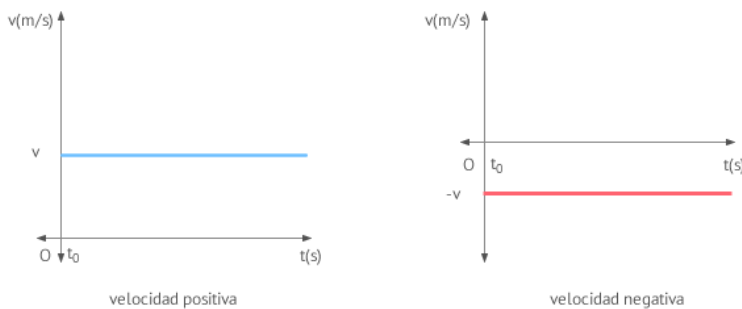
Con la ecuación de movimiento se puede determinar la posición de un móvil conociendo el tiempo, o bien el tiempo conociendo la posición.

## GRÁFICAS DEL M.R.U.



Gráfica de la posición respecto del tiempo.  
A medida que aumenta el tiempo, el móvil se aleja de la posición inicial.  
La gráfica es una línea recta, cuya pendiente simboliza la velocidad.  
A mayor pendiente, mayor velocidad.

Gráfica v-t en m.r.u.



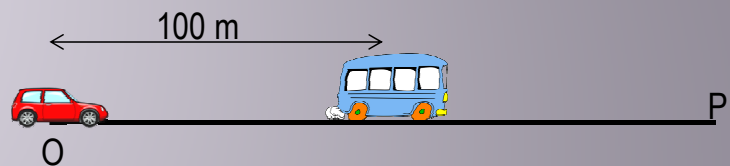
Gráficas de la velocidad respecto del tiempo.  
Será una línea horizontal.  
Por encima del eje x si la velocidad es positiva (el móvil se aleja del origen), y por debajo del eje x si la velocidad es negativa (el móvil vuelve al origen)

## PROBLEMAS DE MÓVILES AL ENCUENTRO

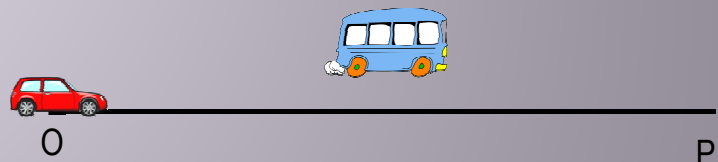
### PROBLEMA 1

SUPONGAMOS UN COCHE QUE SE MUEVE A 54 KM/H PERSIGUIENDO A UN AUTOBÚS CUYA VELOCIDAD ES DE 36 KM/H. LA DISTANCIA ENTRE AMBOS ES DE 100 M  
CALCULA EN QUÉ MOMENTO Y EN QUÉ PUNTO EL COCHE ALCANZA AL AUTOBÚS

Lo primero que haremos será fijar un sistema de referencia, con un origen que pondremos en el coche.



Cuando el coche alcance al autobús en el punto P, ambos tendrán la misma posición final.



El movimiento de ambos es M.R.U., pondremos las ecuaciones de movimiento de cada uno

$$\text{Coche: } S_c = S_{oc} + V_c t \quad \longrightarrow \quad S_c = 0 + 15 t$$

$$\text{Autobús: } S_b = S_{ob} + V_b t \quad \longrightarrow \quad S_b = 100 + 10 t$$

En el punto P por tanto  
 $S_c = S_b$

$$\text{Luego } 15 t = 100 + 10 t \quad \longrightarrow \quad 5 t = 100 \quad \longrightarrow \quad t = 20 \text{ s} \quad (\text{Es el tiempo que tarda en alcanzarle})$$

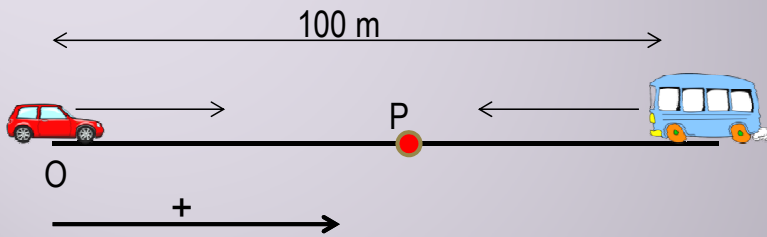
La posición la calculamos con cualquiera de las ecuaciones:  $S_c = 15 \cdot 20 = 300 \text{ m}$   
(Es decir, a 300 metros medidos desde el origen, que está en la posición inicial del coche)



## PROBLEMAS DE MÓVILES AL ENCUENTRO

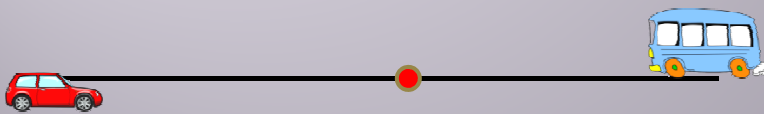
## PROBLEMA 2

SUPONGAMOS EL MISMO PROBLEMA ANTERIOR, CON EL COCHE Y EL AUTOBÚS SEPARADOS 100 M, PERO AHORA SUS SENTIDOS SON CONTRARIOS.



Fijamos el origen del sistema en la posición del coche. Por tanto la posición inicial del coche será 0m y la del autobús 100 m

¡¡IMPORTANTE !! Hemos fijado el sentido positivo hacia la derecha, con lo cual la velocidad del coche será positiva, pero la velocidad del autobús será negativa.

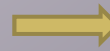


De nuevo en el punto P, cuando se crucen, tendrán la misma posición.

De nuevo ponemos las ecuaciones de cada móvil:

$$S_c = S_{oc} + V_c t \rightarrow S_c = 0 + 15 t \rightarrow S_c = 15t$$

$$S_b = S_{ob} + V_b t \rightarrow S_b = 100 - 10 t$$



$$S_c = S_b \rightarrow 15t = 100 - 10t$$

$$25t = 100 \rightarrow t = 4 \text{ s}$$

Como antes, la posición de cada vehículo se calculará con su ecuación:

$$S_c = 15 \cdot 4 = 60 \text{ m (medidos desde el origen)}$$

$$S_b = 100 - 10 \cdot 4 = 60 \text{ m (medidos desde el origen)}$$

**¿Y que distancia habrá recorrido cada uno?**

## ACELERACIÓN

La velocidad de un móvil puede cambiar, y como es un vector, el cambio puede ser en el valor neto de la velocidad, o bien en la dirección de la velocidad.

Habrà aceleración si:

- Aumenta o disminuye el módulo de la velocidad
- Cambia de dirección el vector velocidad (por ejemplo en una curva)

Aceleración es la variación de la velocidad que experimenta un móvil por unidad de tiempo.

Su unidad en el S.I. es el  $\text{m} / \text{s}^2$

Podemos expresar su fórmula así:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{t_f - t_o}$$

La aceleración, igual que la velocidad es un vector, por lo que tendremos que indicar su dirección y sentido.

Si la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido, el móvil aumenta su velocidad.

Si la velocidad y la aceleración tienen distinto sentido, el móvil disminuye su velocidad.

Normalmente tomaremos aceleración positiva cuando el móvil acelera, y aceleración negativa cuando el móvil frena.

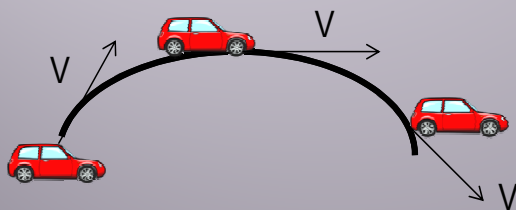
Cuando un vehículo aumenta su velocidad o frena, tendrá aceleración



El coche parte del reposo ( $V = 0 \text{ m/s}$ ) y aumenta su velocidad, luego hay aceleración.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{t_f - t_o}$$

Cuando un vehículo toma una curva, aunque sea con velocidad constante, está cambiando la dirección de la velocidad, con lo cual también habrá aceleración.



En este caso tendríamos una aceleración normal o centrípeta, que mide ese cambio de dirección de  $V$   
Su expresión sería la siguiente:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Donde  $R$ , es el radio del movimiento

## MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A.)

Es un movimiento cuya trayectoria es una línea recta, cambia el valor numérico (módulo) de la velocidad, y por tanto hay una aceleración que será constante.

El hecho de que la aceleración sea constante, por ejemplo de  $2 \text{ m/s}^2$ , supone que cada segundo que transcurre, la velocidad aumenta en  $2 \text{ m/s}$ .

En el MRUA, ya no se recorren espacios iguales en tiempos iguales

- Si la velocidad aumenta, el espacio recorrido aumenta
- Si la velocidad disminuye, el espacio recorrido disminuye

Sus ecuaciones son las siguientes:

$$\text{Ecuación para la posición} \quad S = S_o + V_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

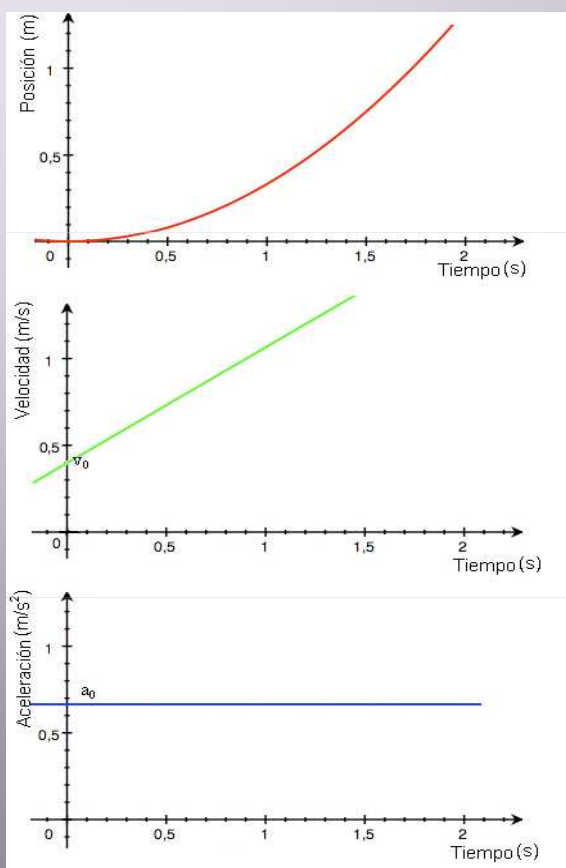
$$\text{Ecuación para la velocidad} \quad V = V_o + a \cdot t$$

Una tercera expresión, independiente del tiempo, y muy útil para resolver problemas es:

$$V^2 - V_o^2 = 2 \cdot a \cdot (S - S_o)$$

**¡Intenta demostrarla!**

## GRÁFICAS DEL MRUA



Gráfica espacio – tiempo del MRUA. Correspondería a una parábola, en este caso con aceleración positiva.

Gráfica velocidad – tiempo del MRUA. Correspondería a una función lineal, en este caso con velocidad inicial  $V_0$ . Si no hubiese velocidad inicial, pasaría por el origen.

Gráfica aceleración – tiempo del MRUA. Correspondería a una línea recta horizontal que nos da una aceleración constante. En este caso la aceleración es positiva, por encima del eje X. Podría ser aceleración negativa, y estaría por debajo del eje X.

## CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTO VERTICAL

Denominamos caída libre al movimiento de un cuerpo sometido únicamente a la acción de la gravedad. Se trata de un MRUA cuya aceleración  $\underline{a}$  es la de la gravedad  $\underline{g} = 9,8 \text{ m/s}^2$

Las ecuaciones de este tipo de movimiento son:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

→ Ecuación para la posición (en este caso la altura)

$$V = V_0 + g \cdot t$$

→ Ecuación para la velocidad

$$V^2 - V_0^2 = 2 \cdot g \cdot (S - S_0)$$

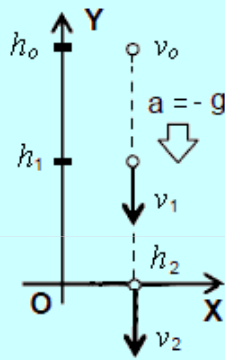
→ Ecuación independiente del tiempo

En los ejercicios de Caída Libre o Lanzamiento Vertical es importante fijar el sistema de referencia con el origen en el suelo, donde  $h = 0 \text{ m}$

Según nuestros ejes, la aceleración iría en contra, con lo cual sería negativa.

**Por tanto en nuestras expresiones, usaremos  $g = - 9,8 \text{ m/s}^2$**

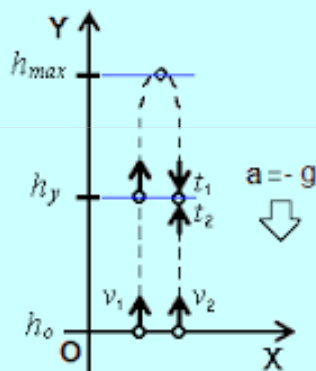
## Diagrama de caída libre



En una Caída Libre, la velocidad inicial es 0, y tenemos una altura inicial  $h_0$ .

Cuando el móvil llega al suelo, su altura final será cero, pero tendrá una velocidad inicial, que como su sentido es contrario a los ejes, será negativa.

## Lanzamiento Vertical



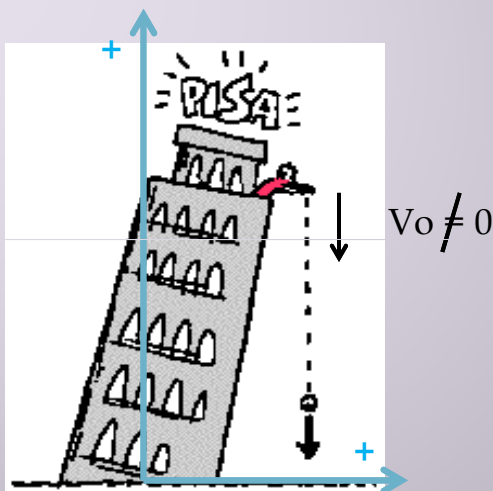
En un Lanzamiento Vertical hacia arriba, tendremos velocidad inicial (positiva, a favor de ejes).

Podemos tener altura inicial cero si lo lanzamos desde el suelo (en otro caso sí que habría altura inicial)

El móvil alcanzará una altura máxima  $h_{max}$ , y en ese punto, su velocidad será cero (el móvil se para para volver a caer)

Se trata de movimientos simétricos. El tiempo en alcanzar la altura máxima es el mismo que el tiempo que tarda en bajar. La suma de ambos es lo que llamamos tiempo de vuelo.

## Lanzamiento Vertical hacia abajo



En un lanzamiento vertical hacia abajo, tenemos velocidad inicial, que como va en contra de los ejes, será negativa.

La gravedad como siempre tendrá un valor negativo.

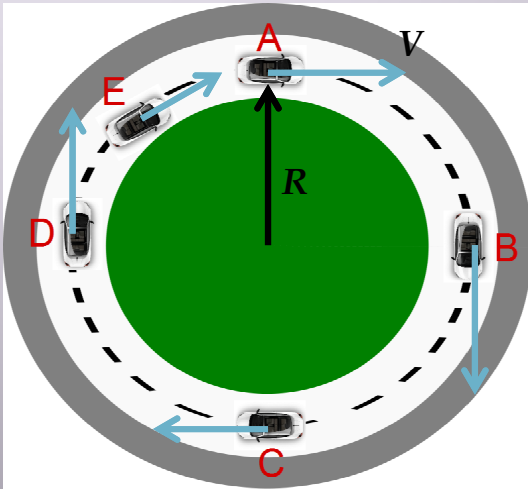
Cuando el móvil llega al suelo, su altura final será cero, pero tendrá una velocidad que también será negativa por el sentido contrario a los ejes.

## EN LOS PROBLEMAS TEN EN CUENTA:

- La aceleración será la gravedad, cuyo valor será negativo ( $-9,8 \text{ m/s}^2$ )
- En un lanzamiento vertical desde el suelo,  $h_0 = 0 \text{ m}$  pues estamos a nivel del origen
- En el lanzamiento vertical tendremos  $v_0$  que podrá ser positiva o negativa dependiendo del sentido del lanzamiento.
- Cuando dejamos caer un cuerpo desde una altura, tendremos  $v_0 = 0 \text{ m/s}$
- En problemas de dos móviles, ten en cuenta que cuando se crucen, estarán a la misma altura, con lo cual sus posiciones  $h$  serán iguales.

## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)

Un móvil se desplaza con MCU cuando su trayectoria es una circunferencia y el valor de su velocidad (su módulo) es constante. En el movimiento circular, la dirección del vector velocidad cambia constantemente.



En este movimiento, el coche gira con una velocidad constante, pero la dirección de esta velocidad cambia.

Este cambio de dirección de la velocidad hace que exista una aceleración normal o centrípeta.

Al ser un movimiento uniforme podremos aplicar la siguiente ecuación:

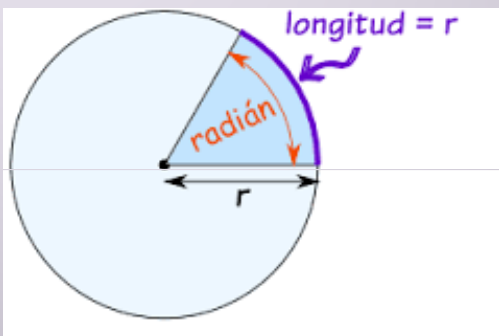
$$S = S_0 + V \cdot t$$

Con ella podremos calcular la posición sobre la trayectoria

Pero en un movimiento circular además del espacio recorrido hay que tener en cuenta el ángulo descrito en el movimiento, lo cual nos lleva a diferenciar entre magnitudes lineales y magnitudes angulares.

## MAGNITUDES ANGULARES

Los ángulos se suelen medir en grados, pero en Física se emplea la unidad del Sistema Internacional, el radián.



Un **radián** es aquel ángulo cuyo arco es igual al radio.

Recuerda que: Arco = ángulo x radio

$$S = \varphi \times R$$

Para hacer el cambio de unidades de grados a radianes, emplearemos una simple regla de tres ( $180^\circ = \pi$  radianes)

Para estudiar este movimiento hay que definir una magnitud que indique como va cambiando el ángulo descrito respecto al tiempo a medida que el móvil avanza en su trayectoria circular. Esta magnitud recibe el nombre de Velocidad Angular ( $\omega$ )

**Velocidad Angular ( $\omega$ )** es el ángulo recorrido por unidad de tiempo, y se mide en radianes / segundo (rad/s)

Por tanto podemos definir el movimiento circular uniforme como aquel cuya velocidad angular es constante.

## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

La ecuación del MCU se deduce a partir de la definición de velocidad angular

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \longrightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \longrightarrow \varphi - \varphi_0 = \omega \cdot (t - t_0) \longrightarrow \varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0)$$

En esta expresión  $\varphi$  es el ángulo girado, y  $\omega$  es la velocidad angular.  
 $\varphi_0$  sería el ángulo inicial o ángulo de partida del movimiento.

## MAGNITUDES PERIÓDICAS

Como la posición en un MCU se repite periódicamente, es posible estudiar este movimiento en función de magnitudes periódicas.

- **Periodo (T)**: es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa. Se mide en segundos en el SI
- **Frecuencia (f)**: es el número de vueltas por unidad de tiempo. Su unidad en el SI es  $s^{-1}$  y se denomina Hertzio (Hz)

El periodo y la frecuencia están relacionados. El periodo es la inversa de la frecuencia

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{o bien} \quad f = \frac{1}{T}$$

Podemos relacionar el periodo y la frecuencia con la velocidad angular.

Si tenemos en cuenta que cuando un móvil da una vuelta completa el ángulo girado es  $2\pi$  radianes y que el tiempo que tarda en dar esa vuelta es T, tendremos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{o bien} \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

## RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD LINEAL (V) Y LA VELOCIDAD ANGULAR ( $\omega$ )

Cuando montamos en un tío-vivo podemos observar que todos los caballitos completan las mismas vueltas en la unidad de tiempo, es decir, todos tienen la misma velocidad angular. Sin embargo, la sensación de velocidad será mayor en los caballitos exteriores que en los interiores, es decir, tienen distinta velocidad lineal dependiendo de la distancia al centro.

Debe haber una relación entre la velocidad lineal y la angular.

$$V = \omega \cdot R$$

## PODEMOS DEMOSTRAR LA RELACIÓN ANTERIOR

Sabemos que

$$\varphi = \frac{S}{R}$$

y que

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Si empezamos el movimiento en el origen,  $\varphi_0 = 0$  podremos igualar las expresiones anteriores y nos quedará

$$\frac{S}{R} = \omega t \longrightarrow \frac{S}{t} = \omega R$$

Como sabemos que

$$\frac{S}{t} = V \quad (\text{velocidad lineal})$$

Llegamos a la expresión que relaciona la velocidad lineal con la velocidad angular

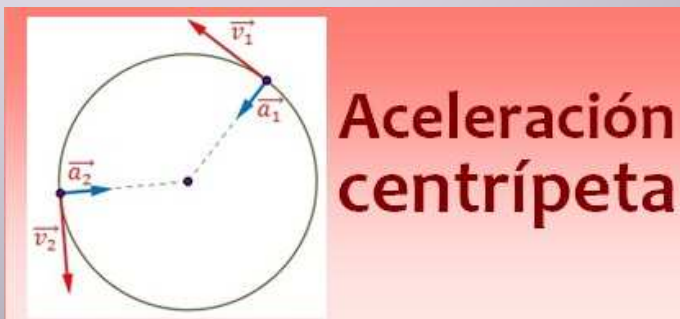
$$V = \omega \cdot R$$

## ACELERACIÓN NORMAL O CENTRÍPETA

El móvil cuando describe una trayectoria circular, aunque mantenga constante el módulo de la velocidad, ésta cambia de dirección.

Es entonces cuando aparece un tipo concreto de aceleración que mide ese cambio en la dirección de la velocidad.

Es la aceleración normal o centrípeta.



$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Esta aceleración se representa por un vector perpendicular a la trayectoria y dirigido hacia el centro.

También podemos expresarla en función de la velocidad angular  $\omega$

$$a_c = \omega^2 \cdot R$$

[www.fisicarihondo.jimdo.com](http://www.fisicarihondo.jimdo.com)