

GRAVITACIÓN - DE KEPLER A NEWTON

La posición de la Tierra en el Universo



Model aristotélic de l'univers.

En el siglo IV a. C los datos relativos al movimiento de los cuerpos celestes obtenidos por la mera observación del cielo nocturno, bastaban para establecer teorías sobre el universo y el lugar que ocupaba la Tierra.

Las estrellas fijas y la Vía Láctea parecen moverse durante la noche como si estuvieran unidas rígidamente en una esfera que girase alrededor de un punto fijo del cielo. Los primeros astrónomos deducían que se trataba de una gran esfera que rodeaba la tierra.

También observaron que ciertos astros no mantenían una posición fija sobre la esfera celeste, ni seguían una trayectoria circular: en una época parecían moverse hacia delante y en otra hacia atrás. Estos astros reciben el nombre de **Planetas (errantes)**. El estudio de sus movimientos, va a ser una de las principales ocupaciones de los astrónomos a finales del siglo XVII

Teorías Geocéntricas

Modelo Aristotélico del Universo

Este sistema se elaboró en 384-322 a.C por el filósofo griego Aristóteles.

La tierra estaba fija y ocupaba el centro de una esfera, en la cual se encuentran el firmamento y las estrellas fijas

El Sol, la Luna, y los planetas Mercurio, Venus, Marte Júpiter y Saturno, se mueven en sus esferas transparentes, describiendo movimientos circulares unas dentro de otras, todas ellas dentro de la esfera celeste de las estrellas fijas.

Esta Teoría perduró hasta finales del siglo XVI

El sistema aristotélico dividía el cosmos en dos partes, uno celeste y otro terrestre. El mundo celeste era perfecto y por eso solo podía tener un movimiento circular (considerado como figura perfecta, no tiene ni principio ni fin y es equivalente en todos sus puntos)

Para justificar los movimientos de los planetas a lo largo de un año, se asignaba a cada una de las esferas de estos cuerpos un conjunto de rotaciones simultáneas alrededor de distintos ejes con diferentes velocidades y direcciones para cada rotación. Quedaba sin aclarar el por qué el Sol, la Luna, Venus, Marte y Júpiter, aparecen una vez más brillantes y más próximos a la Tierra y otras veces más lejos de ella.

Modelo de Ptolomeo

En el siglo II d. C.(100-170), **Claudio Ptolomeo** (astrónomo y geógrafo), resuelve algunas de las dificultades que planteaba el sistema de esferas concéntricas.

En su obra llamada *Almagesto* establece las siguientes hipótesis:

- El cielo es de forma esférica y describe un movimiento giratorio
- La Tierra considerada como un todo, es también de forma esférica y está situada en el centro del cielo
- A causa de las dimensiones que tiene y la distancia a las estrellas fijas, la Tierra se comporta en relación a esta esfera como si fuera un punto.
- La Tierra no participa de ningún movimiento
- Los planetas se desplazan en círculos pequeños, el centro de los cuales se mueve, en una órbita circular alrededor de la Tierra. (Epiciclos)

En este modelo se podía predecir con bastante exactitud la posición de los planetas en todo momento.

También explicaba la diferencia de brillo de los planetas. Indicaba que unas veces estaban más próximos que otras veces.

El inconveniente es la complejidad, porque se necesitaban más de 80 epiciclos, y el movimiento de cada astro requería cálculos individuales.

Esta teoría se mantiene hasta finales del siglo XVI, y se convirtió en la esencia del dogma de la Iglesia Católica sobre la naturaleza del universo: por designio de Dios, la Tierra era el centro inmóvil de todas las cosas, y el cielo, la perfección absoluta.

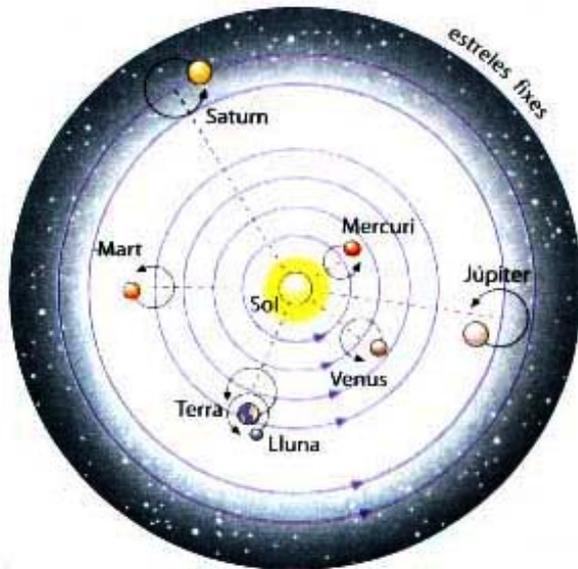
Teorías Heliocéntricas

En el siglo III antes de Cristo **Aristarco de Samos** va a sugerir un esquema más simple del universo: en el centro se situaba el Sol, y la tierra, la luna y los cinco planetas conocidos entonces giraban a su alrededor a distintas velocidades y describiendo distintas orbitas.

Su teoría tuvo poca relevancia, pero va a servir de base al trabajo de Copérnico.

Sistema Planetario de Copérnico

En 1512 Nicolás Copérnico, en su manuscrito llamado *Comentariolus*, postula que la Tierra gira alrededor de su eje y que esta y los planetas giran alrededor del Sol (con razonamientos teóricos).



En el año de su muerte (1543) hizo su obra principal De Revolutionibus.

El modelo Copérnico establece las siguientes conclusiones:

1-La Tierra no ocupa el centro del Universo

2-El único cuerpo que gira alrededor de la Tierra es la Luna

3-La Tierra no está en reposo, sino que gira sobre sí misma, lo cual produce, entre otras cosas la alternancia del día y de la noche.

Copérnico tuvo el acierto de determinar la posición correcta de los planetas y asignarle una velocidad relativa bastante exacta dentro del conjunto del sistema planetario.

La Tierra describe una órbita más pequeña que otros planetas (el 4º), por lo que gira más rápido alrededor del Sol que los que describen una órbita mayor, por lo que estos parecen desplazarse hacia atrás en relación al lejano fondo de las estrellas.

Continuaba considerando que los planetas describían orbitas circulares, hecho que hacía necesario continuar utilizando epiciclos para explicar las desviaciones de las trayectorias de los planetas.

Galileo Galilei y la posición de la tierra en el Universo

Galileo Galilei pudo probar la veracidad de la teoría de Copérnico, al descubrir en 1610 con un telescopio que construyó, las fases de Venus, lo que indicaba que este planeta giraba alrededor del Sol.

También detectó cuatro de los satélites que giran alrededor de Júpiter, hecho que demostraba que no todos los cuerpos celestes orbitan alrededor de la tierra

En 1610, Galileo recoge sus descubrimientos en su obra "El Missager de los astros" (El mensajero de las estrellas) y en 1632 publica la obra "Diales" (Diálogos) sobre los dos grandes sistemas del mundo, en la que analizaba las hipótesis de Ptolomeo y Copérnico y aportaba razones a favor de esta última.

En 1633 se ve obligado a retractarse de sus ideas ante el tribunal de la Inquisición, y sus ejemplares del "Dialogo" son quemados públicamente.

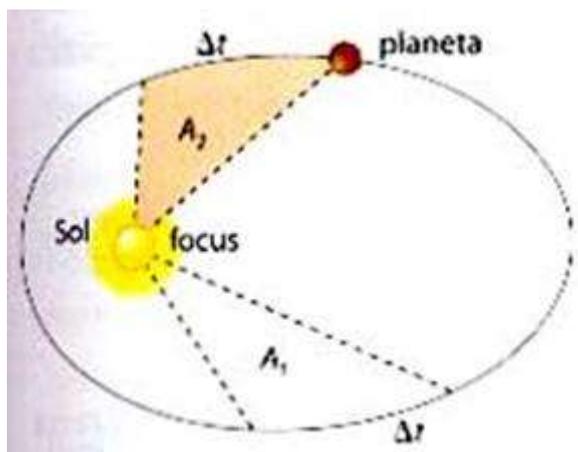
Las leyes del Movimiento Planetario

A pesar de su innovación, el sistema de Copérnico, se basaba en un dogma compartido por Aristóteles, Ptolomeo y muchos otros astrónomos: los movimientos naturales de los cuerpos tenían que seguir unas reglas de perfección porque Dios no podía haber creado una obra imperfecta.

Por ello los movimientos solo podían ser rectilíneos o describiendo círculos perfectos.

Johannes Kepler (1571-1630) supone que las orbitas eran elípticas. A partir del análisis detallado y riguroso de las precisas anotaciones sobre la posición de los planetas vistos desde la Tierra, **Tycho Brahe**, (1546-1601) (maestro y colaborador de Kepler), formula tres leyes simples que describen con exactitud el movimiento de los planetas. Pero sus anotaciones parecían erróneas ya que situaban a Marte fuera del esquema de Copérnico.

Kepler conocedor del trabajo de **Tycho Brahe**, comprueba que la elipse solucionaba el problema. Si en lugar de orbitas circulares, se consideraban orbitas elípticas y en uno de los focos estuviera el Sol, todo cuadraba a la perfección.



Las Leyes de Kepler son las siguientes:

1- Los planetas se mueven en una trayectoria elíptica, y en uno de sus focos se encuentra el sol

2- Una línea recta trazada desde el sol hasta un planeta describe áreas iguales en tiempos iguales.

Como consecuencia los planetas más cercanos al sol, giran con mayor velocidad que los más alejados.

3- El cuadrado de la duración del año de cada planeta (Periodo) es proporcional al cubo del radio de su orbita

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{Constante}$$

Las leyes de Kepler constituyen la cinemática del sistema solar (descripción simple y exacta de los movimientos de los planetas, pero no explican las causas o fuerzas que los producen). Isaac Newton daría solución a estas fuerzas.

La Ley de Gravitación Universal

El primer cuerpo celeste que estudio Newton fue la Luna. Si no existiera una fuerza sobre ella, la luna describiría un movimiento rectilíneo y uniforme con velocidad constante. Pero podía observar desde la Tierra, que describía una trayectoria casi circular, es por lo que dedujo que existía una aceleración hacia la Tierra y una fuerza que la engendraba dirigida hacia la Tierra.

En base a todo esto Newton desarrolla su obra "Principios matemáticos de la filosofía natural", donde describe la ley de gravitación universal:

Ley de Gravitación Universal

Todos los cuerpos del universo se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:

$$F = G \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

m y m' = masas de los cuerpos que se atraen en Kg

r = distancia entre los centros de gravedad de los cuerpos en metros

G = es la **constante de gravitación Universal**, cuyo valor es $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

La síntesis Newtoniana

La ley de gravitación Universal demuestra la dinámica del movimiento de los cuerpos tanto en la tierra como en el cosmos. Así explica los fenómenos siguientes: la caída y el peso de los cuerpos, el movimiento de los satélites, las mareas y el movimiento de los cometas.

La caída y el peso de los cuerpos

Los cuerpos caen porque la tierra los atrae, tal como hace con la Luna. La fuerza que provoca la caída de los cuerpos no es más que una manifestación de la ley de gravitación Universal.

Como ya sabemos, Peso es la fuerza con que es atraído un cuerpo al Centro de la Tierra, y es proporcional a su masa:

$$P = m' \cdot g$$

Aplicando la ley de gravitación universal:

$$F = G \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

como se trata de la misma fuerza:

$$m' \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

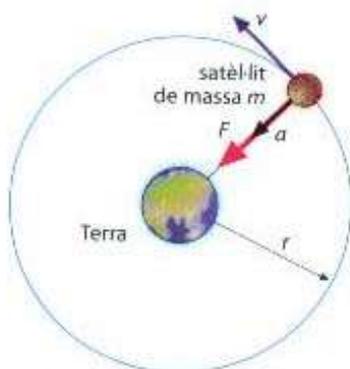
por lo tanto de aquí podemos deducir la **aceleración de la gravedad g**

$$g = G \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kgr} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \text{ Kgr}}{(6'37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9'8 \text{ m/s}^2$$

g, recibe el nombre de **Intensidad del campo gravitatorio**

El Movimiento de los satélites

Newton observo como una manzana caía a la tierra, y pensó que esa que se ejercía sobre la manzana, también se podría ejercer sobre la Luna.



Moviment d'un satèl·lit al voltant de la Terra.

El acierto de Newton es la demostración que con las tres leyes de la dinámica y la ley de gravitación universal, no solo se explica el movimiento de los planetas alrededor del Sol, sino en general, de cualquier cuerpo que orbite alrededor de otro.

Imaginemos un satélite que está en órbita alrededor de la Tierra. De la misma manera que un cuerpo describe círculos alrededor de otro al cual está unido por una cuerda, el satélite está sometido a una fuerza centrípeta, que es la fuerza de atracción gravitatoria.

$$\vec{F}_{centripeta} = \vec{F}_{Gravitatoria}$$

Según la Ley de Gravitación Universal:

$$F = G \frac{m.m'}{r^2}$$

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

Sabemos que

y que $F = m.a$

Luego

$$F_c = m \frac{V^2}{R}$$

Sustituyendo:

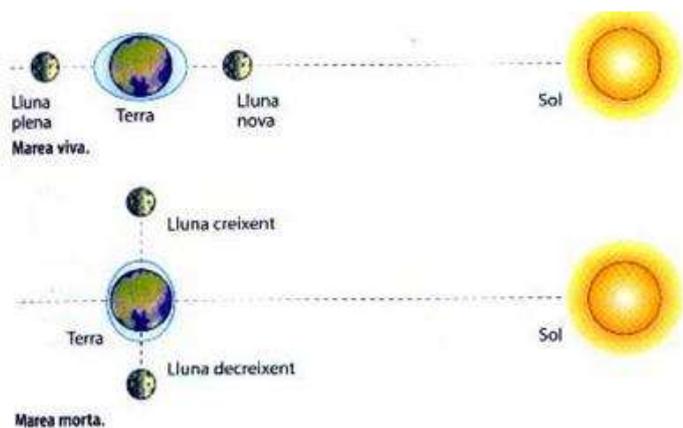
$$F_{centripeta} = F_{Gravitatoria} \longrightarrow \frac{m.V^2}{r} = G \frac{m_T.m}{r^2} \longrightarrow V^2 = G \frac{m_T}{r}$$

Obtenemos la velocidad de un satélite en su órbita.

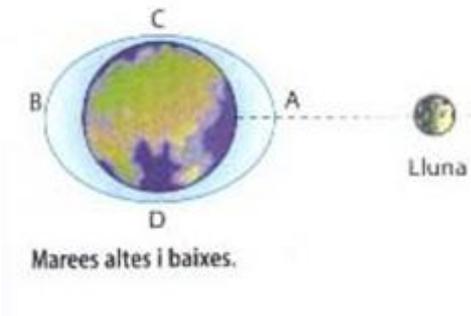
$$V = \sqrt{G \frac{m_T}{r}}$$

Las Mareas

El movimiento de subida y bajada de las mareas es debido también a la fuerza de atracción gravitatoria. La Luna ejerce una fuerza de atracción sobre el agua de los océanos que están en el lado que está la Luna, alejando este agua de la Tierra, **marea alta**, pero también ejerce una fuerza sobre la Tierra alejándola del agua del lado opuesto, **marea alta**. Así pues, las dos mareas altas se producen en los lados diametralmente opuestos y en línea con la posición de la Luna.



Por el hecho de que la masa acuosa de la Tierra se alarga por los extremos, en los puntos C y D se origina una **marea baja**.



Si el Sol está alineado con la Luna se producen mareas más intensas llamadas **mareas Vivas**.

Si el Sol forma un ángulo de 90° con la Luna, el efecto es más pequeño y reciben el nombre de **mareas muertas**.

Las trayectorias de los cometas

Un cometa es un cuerpo celeste que se caracteriza por tener una cola larga y luminosa, si bien esta solo es perceptible cuando el cometa se encuentra en las proximidades del Sol.



Órbitas del cometa Halley. Amb un període de 76 anys, el Halley és un exemple de cometa de període llarg.

La Ley de Gravitación Universal de Newton explica también las trayectorias elípticas alargadas de los cometas.

El astrónomo Edmond Halley (1656-1742), sirviéndose de las ideas de Newton, pudo predecir que un cometa que se había observado en 1531, 1607 y 1682 volvería a ser visto en 1758. Esta predicción se cumplió por lo que el cometa se bautizó como el cometa Halley.

Los cometas describen órbitas elípticas, el periodo de las cuales varía desde 3,3 años (cometa Encke) hasta unos 2.000 años (Cometa Donati)

Los cometas de periodo corto tienen una órbita parecida a la de Júpiter, mientras que los del periodo largo, siguen un recorrido comparable a la órbita de Neptuno.

Un cometa de periodo muy largo puede tardar miles de años en completar la órbita alrededor del sol. Estas orbitas pueden parecer parábolas, pero la mayoría de los astrónomos, suponen que son elipses de gran excentricidad.

Ideas actuales sobre el origen y evolución del Universo

En 1938 desde el observatorio de Mount Wilson (Los Ángeles), Edwin Hubble, va a demostrar la existencia de otras galaxias en el universo además de nuestra Vía Láctea.

Observando la luz de estas galaxias, se descubre que se alejan una de las otras a una velocidad proporcional a la distancia que las separa, y que el universo estaba en expansión, parecido a un globo que se hincha (Expansión de Hubble).

Si invertimos el proceso de expansión, llegamos a la conclusión que hace 15 o 20 millones de años el universo era un simple punto geométrico, el inicio del universo, y una gran explosión, el Big Bang, dio origen al universo.

En 1949, el físico **G. Gamov**, (1904-1968), señala que la radiación que debió acompañar a esta gran explosión, habría ido perdiendo energía a medida que el universo se expandía y actualmente existiría en forma de emisión de radiación procedente de todas las partes del universo.

El físico A. Penzias (físico norte-americano) en 1965, y el radio astrónomo R. Wilson, detectan una radiación de características parecidas a la que había predicho Gamov.

Este descubrimiento ha sido considerado como una de las pruebas concluyentes del modelo Bing-Bang, no obstante hay muchas preguntas por resolver (¿cuando ocurrió?, ¿qué sucedió antes de la explosión?, ¿se expandirá el universo infinitamente?)

Medidas del Universo

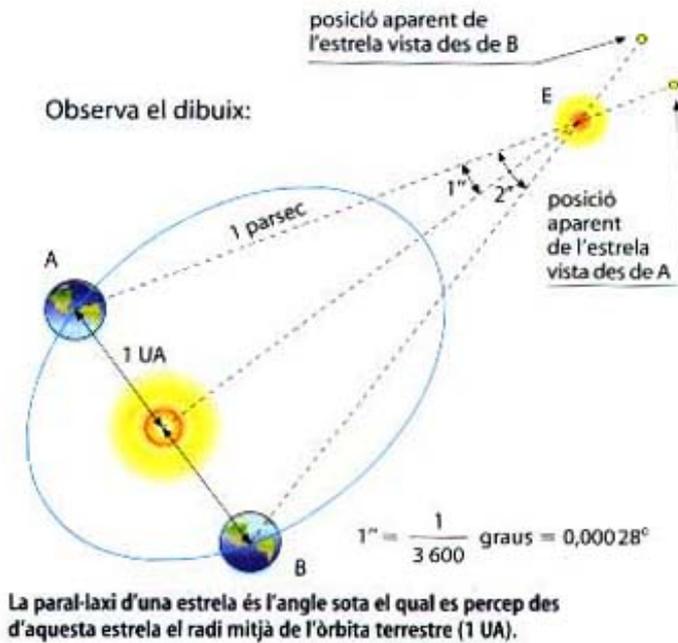
Para medir el cosmos (distancias muy grandes), las unidades que usamos para medir en la Tierra, resultan muy pequeñas, por eso usamos otras unidades:

*El **año Luz**: distancia que recorre la Luz en un año:

Velocidad de la Luz = 300000 Kms/seg

$$300000 \frac{\text{Kms}}{\text{s}} \cdot \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \cdot \frac{24\text{h}}{1\text{día}} \cdot \frac{365\text{días}}{1\text{año}} = 9'4608 \cdot 10^{12} \frac{\text{Kms}}{\text{año}}$$

*La **Unidad Astronómica (UA)**, es la unidad de distancia utilizada en el movimiento de orbitas y de trayectorias dentro del sistema solar. Una UA, es la distancia media entre la Tierra y el Sol, y su valor es de 149600000 kms (aproximadamente, 150 millones de kilómetros)



*El **Pársec (PC)**, es el acrónimo del término paralaje y segundo.

1 parsec = 3,26 años luz = 206265 UA = 30,86 billones de Kms

Los puntos A y B corresponden a dos momentos en los que la Tierra se encuentra a una distancia del sol igual a 1UA. El punto E es la estrella de la que queremos determinar su posición. Cuando el ángulo AEB es igual a 2°, la distancia de la Tierra a la estrella es de un parsec. La

mitad del ángulo AEB, es decir 1°, es el denominado paralaje

El Sistema Solar Actual

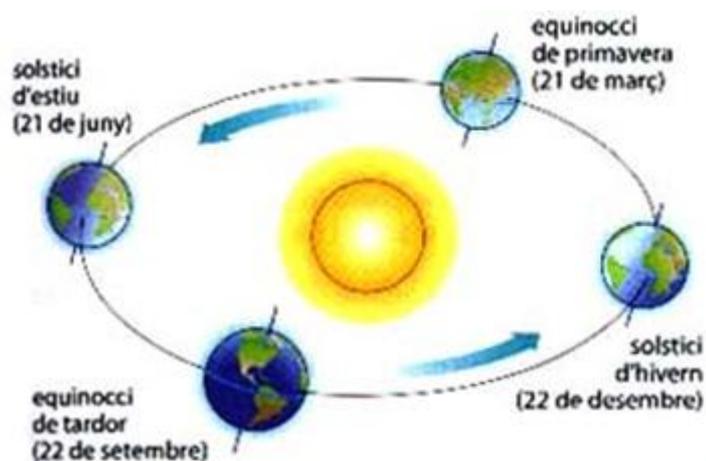
Si miramos al cielo, los puntos de luz que destellan son las estrellas. Los que tienen luz constante son los planetas del sistema solar. Una observación continuada de los planetas permite comprobar que estos se mueven respecto de las estrellas.

Nuestro Sistema Solar se compone del Sol, 9 Planetas, 64 satélites conocidos, un cinturón de asteroides, meteoritos y cometas.

La fuerza que mantiene los planetas alrededor del Sol, y los satélites alrededor de los planetas es la fuerza de atracción gravitatoria, que es una fuerza centrípeta.

La causa de las estaciones

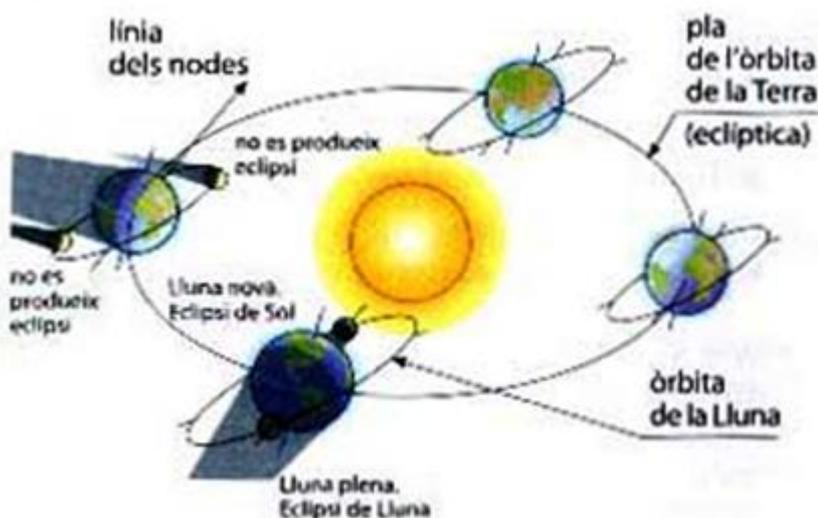
La tierra en el movimiento de traslación describe una órbita elíptica alrededor del sol. En las zonas de la elíptica más alejadas del sol se producen los solsticios, de verano (21 de Junio) y de invierno (22 diciembre). En las zonas más cercanas al sol, se producen los equinoccios, de primavera (21 de marzo) y del otoño (22 de septiembre)



Los eclipses

Eclipse de sol: la Luna se interpone entre el sol y la tierra. **Eclipse Total:** la Luna deja en las zonas de la tierra totalmente oscura, hay un **Eclipse Total**, y en las zonas donde la tierra solo queda en penumbra, hay en **Eclipse parcial**.

Eclipse de Luna: La Tierra se interpone entre el sol y la Luna. La Luna no puede contemplarse desde las zonas de la Tierra desde donde debería verse.



EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1

Calcula la fuerza con que se atraen dos masas de 100 kg y 1000 kg situadas a una distancia de 20 m.

$$F = G \frac{mM}{d^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{100 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ kg}}{20^2 \text{ m}^2} = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejercicio 2

Calcula la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg situado en su superficie. Datos: $M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_{\text{Tierra}} = 6400 \text{ km}$

$$F = G \frac{mM}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{50 \text{ kg} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,4 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} = 488,5 \text{ N}$$

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable. Observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$$F = m \left(G \frac{M}{R^2} \right) = 50 \text{ kg} \left(6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,4 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} \right) = 50 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 488,5 \text{ N}$$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a $9,8 \text{ m/s}^2$, que es el valor de la **aceleración de la gravedad** o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

Ejercicio 3

Calcula la masa de la Tierra sabiendo que el periodo de la Luna es 28 días y la distancia Tierra-Luna 380.000 km. $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$.

$$F_c = F_g; \quad \frac{m \cdot v^2}{R} = G \frac{M_T \cdot m}{R^2}; \quad m \frac{\omega^2 R^2}{R} = G \frac{M_T \cdot m}{R^2};$$
$$m \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = G \frac{M_T m}{R^2}; \quad M_T = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = 5,7 \cdot 10^{24} \text{ Kg.}$$

Ejercicio 4

Calcula la velocidad de rotación de la Tierra sobre sí misma.

La Tierra da una vuelta alrededor de su eje cada 24 horas que son 86400 s.

$$\omega = \frac{\phi}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{86400 \text{ s}} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

Ejercicio 5

Comprueba que el satélite Meteosat, situado a una altura de 36.000 km, tiene la misma velocidad angular que la Tierra.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2. M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg} ; R_{\text{Tierra}} = 6400 \text{ km}$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{R_T + h}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7}} = 3068 \text{ m/s.}$$

$$v = w \cdot r; \quad w = \frac{v}{R + h}; \quad w = \frac{3068}{6,4 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7} = 7,24 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Ejercicio 6

¿Qué velocidad deberá llevar un satélite para que orbite alrededor de la Tierra a 5000 km de la superficie.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2. M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg} ; R_{\text{Tierra}} = 6400 \text{ km}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} ; v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6}} ; v = 5925 \text{ m/s.}$$

Ejercicio 7

El planeta Júpiter tiene un radio de 71056 Km y varios satélites, el más próximo al planeta, Io, gira en una órbita de radio 419000 Km y con un periodo de 1 día, 18 horas y 28 min. Halla:

a) La masa de Júpiter y la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) ¿Qué pesaría allí un hombre de 70 Kg?.

$$\text{Dato: } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$$

Como los satélites giran alrededor de Júpiter ligados por la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce dicho planeta sobre ellos, vamos a aplicar las leyes de la gravitación al caso de Io. La masa de Júpiter, debe ser tanto mayor cuanto menor sea el periodo en el giro del satélite situado a dicha distancia, es decir, cuanto más rápido gire.

$$R_J = 71056 \text{ Km} = 7,1 \cdot 10^7 \text{ m} ; R_s = 4'19 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$T = 1 \text{ día} + 18 \text{ h} + 28 \text{ min} = 152880 \text{ s.}$$

Suponiendo la trayectoria perfectamente circular, la fuerza que actúa sobre Io, la de atracción por parte de Júpiter, actuará como centrípeta por lo que podemos escribir:

$$F_{\text{gravitatoria}} = F_{\text{centrípeta}} \qquad G \frac{M_J m}{R^2} = m \omega^2 R$$

De donde tenemos que la masa de Júpiter vendrá dada por:

$$M_J = \frac{\omega^2 R^3}{G} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{R^3}{G} = \left(\frac{2\pi}{152880} \right)^2 \frac{(4'19 \cdot 10^8)^3}{6'67 \cdot 10^{-11}} = 1'863 \cdot 10^{27} \text{ Kg}$$

Cuanto mayor sea la masa del planeta, más rápido debe girar el satélite.

La aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter vendrá dada por.

$$g_J = \frac{GM_J}{R_J^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{1'863 \cdot 10^{27}}{(71056 \cdot 10^3)^2} \qquad g_T = 24,6 \text{ m/s}^2$$

Luego el peso de una persona de 70 kg, en la superficie de Júpiter será:

$$P = F = m \cdot g_J = 70 \times 24'6 = 1722 \text{ N}$$

Ejercicio 8

Un satélite geostacionario está a 36000 km sobre la superficie de la Tierra. ¿Qué periodo tiene otro situado a 3600 km de altura?

Radio aproximado de la Tierra: 6400 km.

Suponemos que los dos satélites siguen órbitas circulares de radios:

$$R_1 = 36.000 + 6400 = 42400 \text{ km} ; \quad R_2 = 3600 + 6400 = 10.000 \text{ km.}$$

Además el periodo del satélite geostacionario es de 24 horas, para estar siempre sobre el mismo punto de la Tierra. Aplicando como antes la 3ª ley de Kepler

$$\frac{42.400^3}{24^2} = \frac{10.000^3}{T_2^2}; \quad T_2 = 2,75 \text{ horas}$$

PROBLEMAS GRAVITACIÓN - LEYES DE KEPLER

Leyes de Kepler

1. El periodo de revolución de Saturno es de 29,4 años terrestres. Calcula su distancia media al Sol.

Datos: Distancia Tierra - Sol = 1 U.A. = $1,5 \cdot 10^8$ km

2. Sabiendo que el periodo de Plutón es de $7,82 \cdot 10^9$ segundos, calcula las dimensiones de nuestro sistema solar.

Datos: Distancia Tierra - Sol = 1 U.A. = $1,5 \cdot 10^8$ km

3. La distancia media entre Marte y el Sol es 1,53 veces la distancia Tierra - Sol. Calcula el número de años que tarda Marte en dar una vuelta en torno al Sol.

4. Júpiter tiene varios satélites orbitando a su alrededor. Dos de ellos son IO y Europa, descubiertos por Galileo en el siglo XVII. El satélite IO es el más próximo al planeta, girando a una distancia media de 421 600 km y con un periodo de revolución de 1 día 18 horas y 28 minutos. Determina la distancia media del satélite Europa a Júpiter sabiendo que su periodo es de 3 días 13 horas y 14,6 minutos.

5. Sabiendo que la distancia media de la Tierra al sol es de $1,5 \cdot 10^8$ km y que el tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del sol es de 365,25 días, ¿cuántos días durará el año de Venus, si la distancia de Venus al Sol es de $1,09 \cdot 10^8$ km?

Ley de Gravitación

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

6. Calcula la fuerza con que se atraen un chico de 65 kg y una chica de 50 kg separados una distancia de 0,5 metros.

7. Si dos cuerpos iguales se atraen con una fuerza de $2 \cdot 10^{-8}$ N y están separados una distancia de 12 metros, calcula el valor de sus masas.

8. Un cuerpo de 200 gramos es atraído por otro con una fuerza de $5 \cdot 10^{-9}$ N, si están a 500 metros uno del otro, calcula la masa del segundo cuerpo.

9. Calcula la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 200 kg situado a una distancia de la superficie terrestre de 54 km-

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

10. Dos astronautas de 100 y 120 kg de masa están en el espacio separados entre sí por 10 metros de distancia. ¿Con qué fuerza se atraen mutuamente?

Cálculo de la gravedad (g)

$$\text{Datos: } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

11. Calcula el valor de la gravedad en la superficie terrestre.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

12. Calcula la gravedad en la superficie de un planeta de masa $7,3 \cdot 10^{19}$ toneladas y 1740 km de radio.

13. La masa de la Luna es $1/81$ de la masa de la Tierra, y su radio es $1/4$ del radio terrestre. ¿Cuánto vale la gravedad en la superficie lunar?

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

14. ¿Cuánto valdría la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta cuya masa fuera el doble de la terrestre y el radio la mitad que el terrestre?

Datos: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ en la superficie terrestre.

15. ¿Cuál es el valor de la gravedad a 500 km y a 1000 km de la superficie de la Tierra?

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

16. El diámetro de Mercurio es $0,37$ veces el de la Tierra, y su masa $0,056$ veces la masa de la Tierra. Calcula la gravedad en la superficie de Mercurio.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

Satélites

$$\text{Datos: } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

17. Un satélite artificial de 500 kg gira en órbita circular alrededor de la Tierra, a 3000 km de altura. Calcula la velocidad con que se mueve.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

18. Un satélite artificial de 10 kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 km sobre la superficie terrestre. Sabiendo que su periodo de revolución es de 5 665 segundos, determina la velocidad del satélite en la órbita.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

19. Sabiendo que la estación espacial internacional gira alrededor de la Tierra en una órbita de 386 km de altura, calcular:

a) La velocidad a la que orbita, expresada en km/h

b) El tiempo que tarda en completar una órbita.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

20. El planeta Marte tiene un satélite situado en una órbita que se encuentra a una distancia de $9,4 \cdot 10^6$ km del centro de Marte. Su periodo de rotación es de 460 minutos. Con estos datos calcula la masa de Marte.

21. Un satélite describe su órbita a 2500 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Calcula su velocidad orbital y su período.

a) ¿Cuántas vueltas dará a la Tierra en un día terrestre?

b) ¿Se trata de un satélite geoestacionario?

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

Gravitación en general

22. Calcula la velocidad orbital de la Tierra a partir de la duración de un año terrestre y el radio medio de la órbita terrestre alrededor del Sol. A partir de dicha velocidad, calcula la masa del Sol.

Datos: $R_{\text{órbita terrestre}} = 1,5 \cdot 10^8$ km

23. Calcula la masa de la Luna sabiendo que su radio es 3,6 veces menor que el radio de la Tierra y que cuando se deja caer una pelota desde una altura de 5 metros, tarda 2,5 segundos en llegar al suelo.

Datos: $g_{\text{Tierra}} = 9,8 \text{ m/s}^2$; $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\text{Tierra}} = 6\,370$ km

24. Calcula la velocidad orbital y el periodo de revolución de un satélite de 10 000 kg en órbita alrededor de la Tierra a una altura de 783 km sobre su superficie.

Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra = 6370 km

25. La masa de Saturno es de $5,69 \cdot 10^{26}$ kg.

a) Calcula el periodo de su luna Mimas, sabiendo que el radio medio de su órbita es de $1,86 \cdot 10^8$ m

b) Calcula el radio medio de su luna Titán, cuyo periodo es de $1,38 \cdot 10^6$ segundos.

26. La masa de Marte es $6,37 \cdot 10^{23}$ kg y su radio medio es de 3 430 km.

a) ¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie marciana?

b) Si la distancia entre el Sol y Marte es $2,25 \cdot 10^{11}$ m ¿Cuál es la masa del Sol?

c) Calcula el periodo orbital de Marte alrededor del Sol.

Cuestiones Teóricas

1. Los planetas se mueven más despacio en sus órbitas cuanto más lejos del Sol se encuentran. Justifica este hecho.

2. ¿Dónde es mayor la velocidad de un planeta, en el perihelio (punto más próximo al Sol) o en el afelio (punto más alejado)? Razónalo.

3. El modelo de Ptolomeo surgió para justificar los complicados movimientos planetarios observados desde la Tierra.

a) ¿En qué se parecía al de Aristóteles?

b) ¿Qué son los epiciclos? ¿Cómo conseguían explicar el movimiento de los planetas?

c) ¿A qué se debió que, siglos después, este modelo fuese sustituido por otro?

4. Explica el modelo de Copérnico y compáralo con el modelo geocéntrico de Ptolomeo, señalando las semejanzas y las diferencias entre ellos.

5. Tras años de controversia, acabó finalmente imponiéndose el modelo heliocéntrico frente al modelo geocéntrico, debido, en gran parte, a las aportaciones del físico italiano Galileo Galilei.

a) ¿Cuáles son las principales diferencias entre ambos modelos?

b) ¿Durante cuánto tiempo mantuvo su vigencia el modelo geocéntrico?

c) Además de defender el modelo heliocéntrico, ¿qué otras aportaciones relativas a la observación del universo hizo Galileo?

d) ¿Cuál fue la principal adversidad que encontró Galileo en la defensa de su modelo heliocéntrico?

6. Enuncia las dos primeras leyes de Kepler y responde brevemente a las cuestiones que se plantean a continuación:

a) ¿Estaban de acuerdo estas leyes con el modelo heliocéntrico de Copérnico?

b) ¿Qué relación existe entre la velocidad de un planeta y la distancia al Sol a la que se encuentra?

c) ¿De dónde procedían los numerosos datos astronómicos de que disponía Kepler?

d) ¿Podemos afirmar que la intención de Kepler fue] demostrar que el modelo copernicano no era del todo correcto?

7. Explica qué relación existe entre la fuerza gravitatoria y el peso de un cuerpo. Justifica mediante esta relación el hecho de que el peso de un cuerpo sea diferente según la altura a la que se encuentre.

8. Basándote en la ley de la gravitación, explica de qué factores depende la aceleración de la gravedad g y cómo cambia su valor a medida que ascendemos sobre la superficie terrestre.

9. El siguiente párrafo incluye una explicación física sobre el movimiento de los planetas. Indica los errores que se han cometido en esa explicación y escribe de nuevo el párrafo en tu cuaderno, ya corregido:

«Los planetas se mueven en órbitas circulares porque sobre ellos actúa una fuerza centrífuga producida por el Sol. Esta fuerza centrífuga es la fuerza gravitatoria, mayor cuanto más lejos está el planeta».

10. La velocidad orbital de los satélites no es la misma siempre, pues depende de varios factores (o variables). Indica si los siguientes factores influyen o no en la velocidad del satélite y, en caso afirmativo, cómo afecta a esta. No olvides justificar tu respuesta.

- a) La masa del satélite.
- b) La masa de la Tierra.
- c) La altura a la que órbita.
- d) El peso del satélite.

11. Si la Tierra atrae a la Luna ¿por qué no cae ésta sobre la Tierra?

12. El modelo planetario de Ptolomeo se basa en dos ideas básicas. ¿Cuáles son?

13. Ptolomeo utiliza epiciclos. ¿Qué son y para que los uso?

14. En el siglo XVI, Copérnico propone un nuevo modelo planetario. Describe sus ideas principales.

15. Explica qué son el afelio y el perihelio.