

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Caracterización del *mvas*

- 17 Un chico juega con una honda de 50 cm de longitud moviéndola con *mcu* en un plano vertical a razón de 3 vueltas por segundo. Determina la ecuación del movimiento de la sombra de la piedra si en el momento inicial, para $t = 0$, esta estaba justo en el punto más alto de su trayectoria.

Solución: $x(t) = 9,5 \cdot \cos(6\pi t + 0,5\pi)$

- 18 Escribe la ecuación de la trayectoria de un móvil que oscila con *mvas* de manera que en el instante inicial estaba en el punto más alejado del centro, a 0,004 m a la izquierda del mismo, y volvió a pasar por ese mismo punto, por primera vez, a los 0,8 milisegundos.

Solución: $x(t) = 0,004 \cdot \cos(2500\pi t + \pi)$

- 19 Un *mvas* está dado por la ecuación:

$$x = 0,04 \cos(24t + 0,07)$$

con todas las unidades en el SI. Calcula el período y la frecuencia de ese movimiento y establece la ecuación en la forma seno.

Solución: $T = \frac{\pi}{12}$ s; $\nu = \frac{12}{\pi}$ Hz

$$x(t) = 0,04 \cdot \sin(24t + 1,64)$$

- 20 La ecuación de la posición de un cuerpo que se mueve es:

$$x = 0,075 + 0,04 \sin \frac{2\pi}{150} t$$

¿Se trata de un *mvas*? ¿Qué significado tiene el término 0,075?

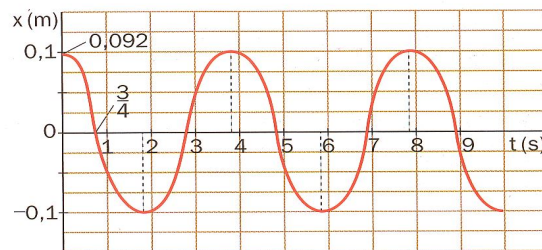
- 21 Un *mvas* viene caracterizado por los siguientes datos: amplitud $A = 0,003$ m; período $T = 0,05$ s. En el instante inicial se encuentra en $x = 0,003$ m. Establece su ecuación en la forma seno y en la forma coseno.

Solución: $x(t) = 0,003 \sin(40\pi t + 0,5\pi)$;
 $x(t) = 0,003 \cdot \cos(40\pi t)$

- 22 Una partícula tiene un movimiento definido por la ecuación $x = -0,007 \cos 10\pi t$. ¿Se trata de un *mvas*? ¿Qué significado tiene el signo (-)? Escribe la ecuación equivalente del movimiento sin dicho signo.

Solución: $x(t) = 0,007 \cdot \cos(10\pi t + \pi)$

- 23 La siguiente gráfica representa la elongación de un *mvas* con respecto al tiempo. Establece la ecuación que lo rige.



Cinemática del *mvas*

- 24 El extremo del ala de un avión oscila por las turbulencias con *mvas* de amplitud de 15 cm a razón de 2 veces por segundo. Establece la ecuación de su movimiento y calcula la velocidad máxima.

Solución: $x = 0,15 \sin 4\pi t$; $1,9 \text{ m s}^{-1}$

- 25 Un *mvas* tiene una elongación de 5 cm y su velocidad máxima es 25 m s^{-1} . Escribe la ecuación del movimiento sabiendo que en el instante inicial $t = 0$, $x = A$.

Solución: $x(t) = 0,004 \cdot \cos(2500\pi t + \pi)$

- 26 Un móvil está animado de *mvas* partiendo de $x = 0$ para $t = 0$. ¿Qué fracción del período emplea en alcanzar una elongación $x = \frac{A}{2}$? ¿Qué fracción emplea en volver a pasar por el mismo punto por primera vez?

Solución: $t_1 = \frac{0,523}{2\pi} T = 0,083T$; $t_2 = 0,417 T$

- 27 El período de un *mvas* es 50 ms, la amplitud es 0,1 m y el desfase inicial es cero. Calcula la velocidad en el punto de elongación $x = 0,02$ m.

Solución: $12,31 \text{ m s}^{-1}$

- 28 Un cuerpo animado de un *mvas* de ecuación:

$$x = 0,001 \cos 34\pi t$$

pasa por primera vez por el punto de elongación $x = -0,0005$ m dirigiéndose hacia la izquierda. ¿Cuánto tardará en volver a pasar por dicho punto?

Solución: 0,014 s

- 29 Calcula el período de un *mas* que tiene una aceleración de 25 m s^{-2} en el punto de elongación $x = 0,005$ m.

Solución: 0,089 s

- 30 La elongación de un *mvas* viene dada por la expresión:

$$y = 0,04 \cos \left(25\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

Deduce las expresiones de la velocidad y la aceleración y calcula:

- La velocidad y aceleración máximas.
- La velocidad y aceleración iniciales.
- La velocidad y aceleración para $t = 0,2$ s.

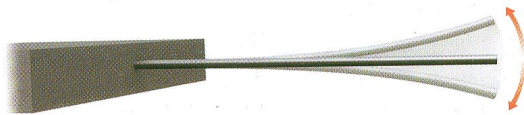
Solución: a) $\pi \text{ m s}^{-1}$; $246,7 \text{ m s}^{-2}$;
 b) $-2,22 \text{ m s}^{-1}$; $-174,5 \text{ m s}^{-2}$;
 c) $2,22 \text{ m s}^{-1}$; $174,5 \text{ m s}^{-2}$

Cinemática del mas

- 31 El período de un *mas* es de 0,025 s y su amplitud es de 0,07 m. En el instante inicial pasa por el origen desplazándose hacia la izquierda. Establece:
- La ecuación de la trayectoria.
 - La velocidad y la aceleración que tiene a los 2,5 s.
 - La velocidad y aceleración máximas.

Solución: a) $x(t) = 0,07 \cos\left(80\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$
b) 0 m s^{-1} ; $44,21 \text{ m s}^{-2}$
c) $17,59 \text{ m s}^{-1}$; $44,21 \text{ m s}^{-2}$

- 32 Una varilla de acero tiene un extremo empotrado en un bloque de hormigón. Al golpear el extremo libre vibra con un *mas* de 5 mm de amplitud y 400 Hz de frecuencia. Calcula la velocidad y la aceleración máximas de ese punto.



Solución: $12,56 \text{ m s}^{-1}$; $a_{\text{máx}} = 31\,582 \text{ m s}^{-2}$

Dinámica del mas oscilador armónico

- 33 Un muelle, colgado de un extremo, se alarga 2,5 cm cuando en el otro extremo se coloca una masa de 10 kg. Determina la constante del muelle y el período de oscilación que tendrá si, una vez cargado, se le hace oscilar.

Solución: 3924 N m^{-1} ; 0,32 s

- 34 Cuando se carga un muelle de masa despreciable con una masa adicional de 50 gramos oscila libremente con un período de 0,5 s.

Calcula el período de oscilación del muelle si se carga con 60 gramos.

Solución: 0,55 s

- 35 Un oscilador armónico consta de un muelle cuya constante vale $k = 200 \text{ N m}^{-1}$ y una masa de 500 g que resbala sin rozamiento sobre una mesa horizontal. Se saca la masa de la posición de equilibrio desplazándola 10 cm en sentido positivo.

Establece la ecuación del *mas* que sigue.

Solución: $x = 0,1 \cos \sqrt{400}t$

- 36 Calcula la velocidad con que saldrá despedida una bola de 25 g de masa cuando se la deja en libertad después de haber comprimido con ella un muelle, de constante $k = 900 \text{ N m}^{-1}$ y una longitud de 5 cm.

Solución: $9,48 \text{ m s}^{-1}$

- 37 Una masa de 0,8 kg se encuentra unida a un muelle de constante 1200 N m^{-1} y se separa 25 cm de la posición de equilibrio. Establece la ecuación del movimiento que la anima cuando se deje en libertad, calculando la velocidad y la aceleración máximas que adquiere.

Solución: $x(t) = 0,25 \cdot \cos 38,73t$; $9,7 \text{ m s}^{-1}$; 375 m s^{-2}

- 38 En una fábrica de amortiguadores quieren determinar la masa equivalente de un muelle. Esta es la masa que aporta el muelle en los estudios dinámicos al oscilador armónico y no coincide con la masa inercial, ya que cada fracción del muelle oscila con una amplitud distinta. En un ensayo cargan un muelle con 10 kg y oscila con una frecuencia de 1,93 Hz. Si se añaden otros 10 kg lo hace con una frecuencia de 1,37 Hz. Calcula la constante y la masa equivalente del muelle.

Solución: $14,93 \text{ N m}^{-1}$; 156 g

- 39 En un centro de homologación de materiales para la industria ferroviaria se está estudiando la idoneidad del adhesivo con que se sujetan los sensores térmicos de los ejes de las ruedas. Para ello, se coloca la pieza, de 50 g de masa, con su soporte en un vibrador y se somete a un *mas* de 1 mm de amplitud y frecuencia creciente. La pieza se despega del soporte cuando la frecuencia de ensayo es de 1200 Hz. Calcula la fuerza de adhesión del pegamento estudiado.

Solución: 2842 N

Dinámica del péndulo simple

- 40 Un columpio se puede equiparar a un péndulo de 3 m de longitud. Escribe la ecuación de su movimiento cuando un niño de 45 kg de masa se mueve 50 cm a cada lado de la posición de equilibrio.

Solución: $x(t) = 0,5 \cdot \cos 1,808 t$

- 41 El péndulo de Foucault de un museo de las ciencias, que se emplea para demostrar el giro de la Tierra, oscila entre 240 pivotes dispuestos en un círculo de 3 m de diámetro derribándolos todos en 24 horas. Un estudiante cuenta 28 oscilaciones entre dos derribos sucesivos. Calcula la longitud del hilo del péndulo.

Solución: 41 m

- 42 Un reloj de péndulo tiene un período de 2 s sobre la superficie terrestre. ¿Cuál será su período en la Luna?

Dato: $g_{\text{Tierra}} = 6 g_{\text{Luna}}$

Solución: 4,9 s

- 43 Una pequeña canica rueda por el fondo de un depósito esférico de gran diámetro (en comparación con la amplitud de la oscilación) con un movimiento que podemos considerar como armónico simple. Si la frecuencia del movimiento es de 0,22 Hz, calcula el radio del depósito.

Solución: 5 m

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Energía ligada al mas

- 44 Un oscilador armónico está formado por un muelle de $k = 14\,000 \text{ N m}^{-1}$ y una masa de 5 kg. Calcula:
- El trabajo necesario para comprimir el muelle 5 cm.
 - La energía potencial que tiene entonces el sistema.
 - La velocidad máxima que lleva la masa en el punto central de la trayectoria.
 - La energía mecánica en cualquier punto de la trayectoria.

Solución: a) 17,5 J; b) 17,5 J; c) $2,64 \text{ m s}^{-1}$; d) 17,5 J

- 45 Un cuerpo de 2 kg de masa que se dirige con una velocidad de 2 m s^{-1} es frenado por un muelle que se comprime 10 cm. Calcula la constante elástica del muelle y el tiempo que tarda en detenerse.

Solución: 800 J; 0,078 s

- 46 La energía mecánica de un oscilador armónico es de 0,02 J y la fuerza máxima que actúa es de 3 N. Escribe la ecuación del movimiento sabiendo que el período de vibración es de 0,5 s.

Solución: $x = 0,013 \cos 4\pi t$

- 47 Una partícula de 1 g de masa realiza un mas, cuyo período es de 0,02 segundos y en el instante $\frac{T}{6}$ la velocidad de la partícula es $31,4 \text{ m s}^{-1}$. Determina:

- La ecuación del movimiento.
- La energía mecánica.
- La fuerza recuperadora.

Solución: a) $x = 0,2 \cos 100\pi t$; b) 19,5 J;

c) $F(t) = -19,73 \sin 100\pi t$

- 48 Calcula para qué velocidad, con relación a la velocidad máxima, un oscilador armónico tiene la mitad de su energía mecánica como energía cinética.

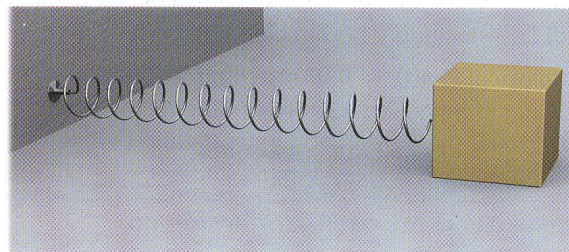
Solución: $v = \frac{v_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$

- 49 ¿Qué relación habrá entonces entre la elongación de la oscilación y la amplitud inicial A?

Solución: $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$

- 50 El sistema masa muelle de la figura recibe un martillazo que le comunica una energía de 250 J. Si la masa es de 2 kg y se comprime 4 cm, calcula:

- El período con que vibrará el sistema.
- La ecuación del movimiento.



Solución: a) 0,1 s; b) $x(t) = 0,04 \cdot \cos 20\pi t$

- 51 Calcula la energía asociada a la lámina de un xilófono que tiene una masa de 50 g y está vibrando a 494 Hz con una amplitud de 0,1 mm mientras que emite la nota si.

Solución: $2,41 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

- 52 Calcula la energía cinética máxima de una partícula de 5 g de masa animada de mas con amplitud $A = 3 \text{ cm}$ y período $T = 0,333 \text{ s}$.

Solución: $8,15 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

- 53 Calcula la energía mecánica asociada a un columpio de 4 m de longitud en el que un niño de 45 kg se mece con amplitud de 0,5 m.

Solución: 13,8 J

- 54 Calcula, por medios trigonométricos y energéticos, la altura por encima del punto más bajo a la que sube el columpio del ejercicio anterior.

Solución: 0,03 m

- 55 Calcula el porcentaje de energía mecánica perdida por rozamiento cuando la velocidad máxima de un oscilador armónico es igual a la mitad de la velocidad máxima inicial.

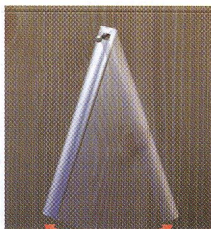
Solución: 75%

Péndulo físico

- 56 La barra de la figura puede oscilar sobre uno de sus extremos con pequeños desplazamientos. Calcula la longitud equivalente y el período de oscilación sabiendo que:

$$I_G = \frac{ml^2}{12}$$

Solución: 0,53 m; 1,46 s



- 57 La figura muestra una esfera de radio $r = 3 \text{ cm}$ y masa m hecha de un metal desconocido. Puede oscilar alrededor de un pequeño anillo que lleva en la parte superior. El período de oscilación es de 0,45 s. ¿Cómo es la esfera, pesada y hueca o ligera y maciza?

